PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 2 — 15. Januar 1938 — Redaktionsschluß für Nr. 4 am 1. Februar 1938 — 39. Jahrgang

INHALT:

Abhandlungen:

W. Möller, Experimentelle Untersuchungen zur Hydrodynamik der Kugel. Mit Tafel I–IV. S. 57.

K. Birus, Die Struktur der Rayleighstrahlung von Flüssigkeiten. Mit Tafel V. S. 80.

E. Hippauf und R. Stein, Versuche zur Ermittlung des Verlaufes des dielektrischen Nachladestromes. S. 90.

W. Finkelnburg und O. Th. Hahn, Über die Spektren des Zäsiummoleküls. S. 98.

Besprechungen:

F. Baur, Einführung in die Großwetterforschung. S. 100.

E. Einecke, Das Gallium. Eine kritische Würdigung der Erkenntnisse mit experimentellen Beiträgen. S. 101.

A. Haas, Elementare Physik. S. 101.

H. E. Hollmann, Physik und Technik der ultrakurzen Wellen. Zwei Bände. S. 101.

„Hütte", Taschenbuch der Stoffkunde (Stoffhütte). S. 102.

P. Lenard, Große Naturforscher. Eine Geschichte der Naturforschung in Lebensbeschreibungen. S. 102.

G. Mie, Die Denkweise der Physik und ihr Einfluß auf die geistige Einstellung des heutigen Menschen. S. 103.

F. Regler, Grundzüge der Röntgenphysik. S. 103.

K. Nentwig, Lichtempfindliche Zellen. Anleitung zur Selbstherstellung der Zellen und Nebengeräte, sowie zu ihrer Anwendung. S. 103.

R. Rothe, Höhere Mathematik für Mathematiker, Physiker und Ingenieure. Teil IV: Übungsaufgaben mit Lösungen (Formelsammlung). 5. und 6. Heft. S. 104.

A. Weinhold, Leitfaden der Physik. S. 104.

Nachrichten. S. 104.

Gesuche. S. 104.

ABHANDLUNGEN

Experimentelle Untersuchungen zur Hydrodynamik der Kugel

Von Wilhelm Möller[1])

Mit Tafel I–IV

Inhaltsverzeichnis

I. Teil

Strömungsverlauf hinter Kugeln bei Reynoldsschen Zahlen 150 bis 10000

I. Überblick über den Stand der Forschung — Aufgabenstellung.
II. Versuchsanordnung und Durchführung der Versuche.
III. Die Versuchsergebnisse. Wandeinfluß.
IV. Das Messen der Frequenzen.
V. Zusammenfassung des I. Teiles.

II. Teil

Reibungswiderstand fallender Kugeln bei kleinen Reynoldsschen Zahlen

I. Theorie und Problemstellung.
II. Experimentelles.
a) Die Ermittlung der Einzeldaten.
b) Beschreibung von Versuchseinrichtung, Versuchen und Auswertungen.
1. Die Versuchströge.
2. Die Versuchsflüssigkeit.
3. Die Fallkörper.
4. Der Fallversuch.
5. Wandeinflußuntersuchungen.
6. Die Filmbilder und ihre Auswertung (Geschwindigkeitsmessung).
7. Maßstabeichung.
III. Versuchsergebnisse und Diskussion.
a) Die experimentellen Ergebnisse im freien Trog — Größe der Wandeinflußkorrekturen.
b) Die Meßgenauigkeit.
c) Diskussion.
d) Ergänzende Messungen bei besonders hohem Wandeinfluß.
IV. Zusammenfassung des II. Teiles.
Literaturverzeichnis.

I. Teil

Strömungsverlauf hinter Kugeln bei Reynoldsschen Zahlen 150 bis 10000

I. Überblick über den Stand der Forschung — Aufgabenstellung

Die Art der Strömungsformen hinter relativ zu einer Flüssigkeit bewegten Körpern bzw. hinter Hindernissen ist bereits im Mittelalter in ihren Grundzügen erkannt worden. So zeigen z. B. Handskizzen von Leonardo da Vinci (1) Wirbelfolgen hinter Hindernissen. Jedoch systematische Erforschungen setzten erst im 19. Jahrhundert ein. Die Frequenz von Wirbelfolgen in Luft (zweidimensional) wurde erstmalig von Strouhal (2) akustisch ermittelt (Höhe von Reibungstönen [Hiebtönen]). Mit Hilfe kinematographischer Aufnahmen an in Wasser eintauchenden Stäben stellte Bénard (3) die Gesetzmäßigkeiten der zweidimensionalen Wirbelstraße empirisch fest. In ein neues Stadium traten diese Forschungen ein, als Kármán und Rubach (4) theoretisch die Stabilitätsfrage von ebenen Wirbelstraßen untersuchten und somit

1) Leipziger Dissertation

einen Vergleich zwischen Versuch und Theorie möglich machten. Seit dieser Zeit ist das ebene Problem der Wirbelstraße sowohl theoretisch als auch experimentell in mancherlei Variationen untersucht worden.

Die Erforschung der räumlichen Strömung hinter Widerstandskörpern, z. B. der Kugel, stellt sowohl experimentell als auch theoretisch größere Anforderungen. Eine theoretische Untersuchung über die Stabilität der räumlichen Wirbelstraße wurde von Levy und Forsdyke (5) durchgeführt. Sie finden, daß die Wirbelringstraße gegen axiale Verschiebungen instabil ist (5a); dagegen gibt es stabile Bereiche für Deformationsschwingungen (5b). Jeffreys (6) bestreitet allgemein die Existenzmöglichkeit eines dreidimensionalen Analogons zur Kármánschen Wirbelstraße. Die Instabilität von schraubenförmigen Wirbelfäden weist Lampariello (7) nach. Dagegen finden Levy und Forsdyke (8), daß Schraubenwirbel von bestimmtem Steigungswinkel ab stabil sind. Eine interessante Diskussion der möglichen räumlichen Strömungsformen hat ferner noch Rosenhead [Anhang zu Marshall und Stanton (13)] durchgeführt. Im ganzen zeigt sich, daß die theoretische Behandlung der dreidimensionalen Umströmung von Hindernissen nicht zu so eindeutigen Ergebnissen führt wie die Kármánsche Behandlung der zweidimensionalen Wirbelstraße. Teilweise ergeben sich sogar wesentliche Widersprüche.

Von experimentellen Arbeiten über die räumliche Umströmung von Hindernissen bzw. über dreidimensionale Wirbelstraßen sind folgende zu nennen: Für die Kugel findet Schmiedel (9) von $Re = 500$ bis 1000[1]) periodische Ablösung von Ringwirbeln. Winny (10) erklärt im Gebiet $Re = 2000$ bis 8000 nach photographischen Aufnahmen für die Strömung hinter einer Kugel eine spiralige Wirbelanordnung als wahrscheinlich. v. Kármán (11) beobachtet bei $Re \approx 10000$ hinter Kugeln zwei Wirbelfäden, deren Ablösungsstellen jeweils um 180° gegeneinander versetzt sind und unregelmäßig ihren Platz wechseln. Foch und Chartier (12) finden für Kugelströmung bei rund $Re = 100000$ bis 300000 spiralige Wirbelformen. – Die Strömung um eine festgehaltene kreisförmige Scheibe, die quer zur Richtung der Wasserströmung steht, wurde von Marshall und Stanton (13) und von Dupin und Teissié-Solier (14) untersucht. Hierbei wurden von den ersteren ab $Re = 200$ periodische Wirbelabschwemmungen festgestellt. Dupin und Teissié-Solier maßen die Frequenz dieser Ringwirbel bei $Re = 290$ bis 2000. Schmiedel (9) stellte bei $Re = 80$ bis 300 periodische Pendelungen beim Fallen einer horizontalen Scheibe fest, die auch im Zusammenhang mit periodischer Wirbelablösung stehen. Schließlich ist als ein weiterer Fall räumlicher Strömung noch der Einlauf in ein Rohr zu nennen, wo von Schiller (15), Naumann (16) und Kurzweg (17) im Gebiet $Re = 300$ bis 7000 Wirbelstraßen beobachtet wurden.

Der Zweck der Untersuchungen, über die im folgenden berichtet wird, war es nun, die noch lückenhaften und sich teilweise widersprechenden experimentellen Angaben über das Verhalten im dreidimensionalen Fall zu ergänzen und zu erweitern. Im besonderen sollte in einem größeren Bereich Reynoldsscher Zahlen die allmähliche Veränderung der Strömungsform hinter der Kugel auf photographischem Wege festgelegt werden. In zwanglosem Zusammenhang hiermit ergab sich die Möglichkeit, auf mehreren Wegen die Frequenz der Wirbelbildung zu messen.

II. Versuchsanordnung und Durchführung der Versuche

Das Prinzip unserer Versuche bestand darin, daß eine Kugel, aus der Farbflüssigkeit austrat, in der Achse eines mit Wasser gefüllten Troges hochgezogen wurde. Bei einigen wenigen Versuchen ruhte die Kugel und das Wasser sank ab. Die Strömungsformen hinter der Kugel wurden teils photographisch (stereoskopisch, kinematographisch oder als einzelne Aufnahmen) festgehalten, teils nur der Augenbeobachtung unterzogen.

Die Versuche wurden in drei Trögen durchgeführt: Trog I: $50 \times 50 \times 175$ cm³; Trog II: $25 \times 25 \times 100$ cm³; Trog III: $60 \times 60 \times 120$ cm³. Trog I hatte zwei Glaswände, Trog II und III deren je vier. Beleuchtet wurden die Tröge von hinten mit einer Bogenlampe, deren Licht auf einen Milchglasschirm fiel. Zu den meisten Versuchen wurde Trog I verwendet, da er die größte Versuchsstrecke lieferte (Fig. 1).

Die drei Versuchskugeln hatten folgende Ausmaße: Kugel A: Durchmesser $d = 5{,}95$ cm; Kugel B: $d = 6{,}10$ cm; Kugel C: $d = 2{,}50$ cm. Die Kugeln waren aus Messing gefertigt und vernickelt. Die Farbflüssigkeit wurde erst während der Bewegung erzeugt, indem innerhalb der Kugeln Wasser über Farbkristalle strich (vgl. Fig. 2). Zu diesem Zwecke hatte jede

1) Reynoldssche Zahl $Re = \frac{u d}{\nu}$. (u = Relativgeschwindigkeit des Widerstandskörpers gegen die Flüssigkeit; d = Durchmesser des Widerstandskörpers; ν = kinematische Zähigkeit der Flüssigkeit.)

Kugel im oberen Staupunkt ein Loch von 4,7 bzw. 5,7 bzw. 1,5 bis 2,2 mm[1]) Durchmesser (*St* in Fig. 2), durch das beim Bewegen geringe Wassermengen in das Innere der Kugel eintraten. Die Farbkörner wurden überspült und eine konzentrierte Farblösung entstand. Diese trat etwas über dem Äquator, bei Kugel *A* und *C* durch feine Löcher (*L*) und bei Kugel *B* durch horizontale Schlitze (*L*), in Form von gut sichtbaren Farbfäden bzw. -bändern aus der Kugel aus. — Die Kugeln *A* und *B* waren als je zwei Halbhohlkugeln mit horizontaler Achse hergestellt (Fig. 2 oben). Die feste Verbindung geschah jeweils durch eine Schraube (*Sch*), deren Kopf sich in die Kugeloberfläche einfügte[2]). Bei diesen beiden Kugeln lagen die Farbkörner auf einem horizontalen Sieb (*S*), das den Boden einer Kapsel (*K*) bildete, die unter dem Staupunktloch in die Kugel eingeklemmt wurde (*F* sind die Klemmfedern). Bei Kugel *C* (Fig. 2 unten), die etwas über dem Äquator horizontal geschnitten war (die beiden Kugelteile sind getrennt gezeichnet), lagen die Farbkristalle auf dem unteren (massiven) Teil der Kugel in einer ringförmigen Vertiefung (*R*). Die Ausflußlöcher (*L*) befanden sich im oberen Teil, der sprungdeckelartig auf den unteren gedrückt wurde.

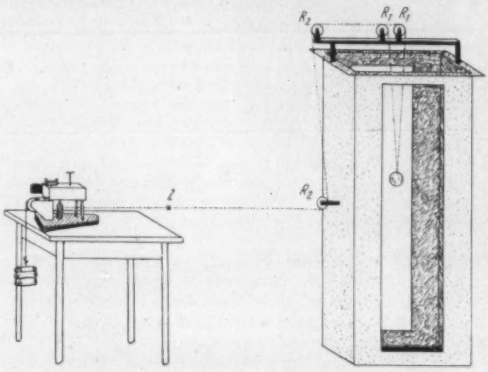


Fig. 1. Versuchseinrichtung mit Trog I (schematisch).

Die Kugeln wurden bei den meisten Versuchen bifilar aufgehängt, damit kein Drall beim Schleppen auftrat. Als besonders geeigneter wasserfester und widerstandsfähiger Aufhängefaden erwies sich geklöppelte Angelschnur in dünnster Ausführung (etwa 0,3 mm stark). Die Fäden waren in den Kugeln an Häkchen (*H* in Fig. 2) befestigt, liefen durch das Staupunktloch (*St*) nach außen, divergierten und führten über auf Spitzen gelagerte Rollen nach einem Uhrwerk, das durch Gewichte angetrieben wurde (Fig. 3, s. Tafel I). Die Drehgeschwindigkeit des Uhrwerks konnte

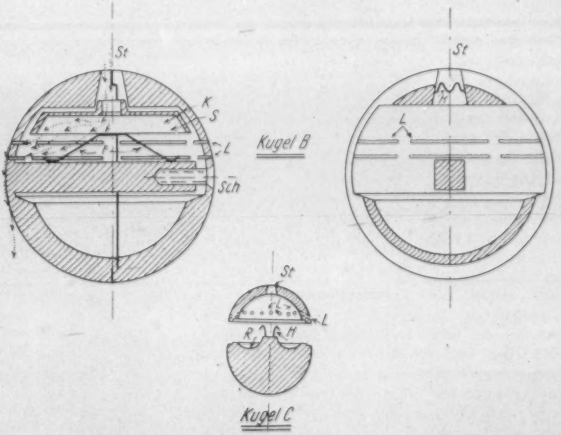


Fig. 2. Skizzen der Kugeln *B* und *C* im Schnitt.
Die punktierten Pfeile (⇢) deuten den Weg des Wassers und (unterhalb von *S*) der Farbflüssigkeit an.
St Staupunktloch. *K* Farbkapsel. *S* Sieb, auf dem die Farbkörner liegen. *F* Haltefedern der Farbkapsel. *L* Austrittsöffnungen für die Farbe, *Sch* Schraube, die die Kugelhälften zusammenhält. *H* Häkchen zum Aufhängen. *R* Rinne für die Farbkörner.

1) Kugel *C* hatte ein ovales Staupunktloch.

2) Zur Vermeidung von Störungen der glatten Oberfläche hatten diese Schraubenköpfe nicht Schlitze, sondern je zwei kleine Löcher, in die ein Schraubenschlüssel eingeführt wurde.

durch geeignete Zusammenstellungen von Antriebsgewichten und Windflügeln weitgehend verändert werden. Die in Fig. 1 dargestellten Rollen R_1 hatten je eine Rille, die Rollen R_2 deren je zwei, so daß niemals über eine Rille zwei Fäden liefen. Die Vereinigung der beiden Fäden lag erst außerhalb der Rollen im Punkte Z.

In der Mehrzahl der Versuche wurde diese Schleppmethode angewandt. Nur einige wenige Versuche wurden mit festgehaltener Kugel gemacht (Anströmverfahren). Diese Methode kam zur Anwendung, wenn besonders niedrige Reynoldssche Zahlen erreicht werden sollten, die das Schleppverfahren nicht mehr hergab. Dabei wurde die Kugel in der Mitte des Troges aufgehängt und das Wasser durch den (einzölligen) Ablaufhahn abgelassen. Erhöhte Anströmgeschwindigkeit wurde entweder durch Öffnen eines zweiten Hahnes (bei Trog I) und durch Absaugen mit einer Pumpe oder durch Verwenden des einen kleineren Querschnitt aufweisenden Troges II erzielt (vgl. S. 63). So wurde annähernd der Anschluß an die niedrigsten Reynoldsschen Zahlen der Schleppversuche erreicht. Wegen des großen Trogquerschnittes und des verhältnismäßig großen Abstandes der Kugel vom Hahn dürfte sich in der Kugelnähe kaum ein störendes Geschwindigkeitsprofil ausgebildet haben. Auch daß bei den Anströmversuchen die Geschwindigkeit während des Versuchs geringer wurde, gibt zu keinen Bedenken Anlaß, denn in diesem Reynoldsschen Bereiche zeigte sich keine Änderung der Strömungsform (des „laminaren Schlauches") während des Absinkens des Wassers. (Auf den betreffenden Strömungsaufnahmen ist die im Zeitpunkt der Aufnahme gültige Reynoldssche Zahl angegeben.)

Die Auswahl des Farbstoffes mußte den Anforderungen entsprechend geschehen: Die Farbe durfte in der verwendeten Konzentration keinen merklichen Dichteunterschied gegenüber Wasser haben. Ferner mußte sie dem Negativmaterial angepaßt sein. Auch der Körnungsgrad war wegen der Lösungsgeschwindigkeit zu berücksichtigen. Aus diesen Gründen erwies sich für die Kugeln A und B Malachitgrün in Kristallen und für Kugel C eine im Handel unter dem Namen „Weinrot 107" erhältliche pulverisierte karminrote Anilinfarbe als am geeignetsten. Bei hohen Geschwindigkeiten bewährte sich auch Kaliumpermanganat für die beiden großen Kugeln. Bei kleinen Geschwindigkeiten störte jedoch das Absinken dieser Farbe.

Da die Versuche nur bei Zimmertemperatur gemacht wurden, fiel es nicht schwer, durch Rühren eine für die Versuche genügende Temperaturkonstanz von 0,2° zu erreichen. Diese Vorsichtsmaßnahme mußte eingehalten werden, da bei Temperaturdifferenzen von 1° (längs der Versuchsstrecke) sich bereits Dichteunterschiede der austretenden (kälteren) Farbflüssigkeit gegenüber dem umgebenden Wasser durch Absinken der Farbe störend bemerkbar machten.

Für die Filmaufnahmen kam eine Ernemann-Filmaufnahmekamera[1]) mit Optik 1 : 3,5 zur Anwendung. Für die Stereoaufnahmen dienten zwei gleiche Voigtländer-Bergheilkameras[2]) (10 × 15, Objektiv Heliar $f = 16{,}5$ cm, Lichtstärke 1 : 4,5). Um eine erhöhte Plastik zu erhalten, wurde als Abstand zwischen den beiden Objektiven 11–14 cm genommen. Der Abstand der Objektive von der Kugel betrug für diese und auch für die Aufnahmen mit der Filmkamera 70–150 cm. Bei der Wahl des Platten- und Filmmaterials wurde besonderer Wert auf absolute Lichthoffreiheit, hohe Allgemeinempfindlichkeit und vor allem auf günstige Wiedergabe der Farbe gelegt. Als gut geeignetes Plattenmaterial erwies sich die Perutz-Spezial-Fliegerplatte (19° Sch.); für die Filmaufnahmen genügte der gewöhnliche Agfa-Negativfilm den Anforderungen.

Die Versuchsanordnung bei den Frequenzmessungen wird im Abschnitt IV näher erörtert.

III. Die Versuchsergebnisse

Bei niederen Reynoldsschen Zahlen $\left(Re = \frac{u d}{\nu}\right)$ herrscht annähernd laminare Strömung, d. h. die Flüssigkeitsteile, die durch die Kugel voneinander entfernt wurden, schließen sich auf der Rückseite derselben unter Bildung eines nur sehr kleinen Totwassers, das durch eine Diskontinuitätsfläche vom Außenraum getrennt ist, wieder eng zusammen. Die Begrenzung des Totwassers setzt sich nach unten in Form eines dünnen, völlig glatten Schlauches („laminaren Schlauches"[3]) fort, auf diese Weise die Bahn der Kugel anzeigend (Fig. 4, s. Tafel I). – Bei höheren Re-Zahlen, wie dies z. B. auf Fig. 14 ($Re = 4060$) sichtbar ist, zeigt sich ein völlig anderes Bild der Diskontinuitätsfläche[4]): Sie rollt sich

1) Für die Überlassung der Kamera sei der Helmholtz-Gesellschaft bestens gedankt.

2) Für die sorgfältige Auswahl der beiden Objektive in bezug auf gleiche Brennweite sei der Firma Voigtländer & Sohn in Braunschweig bestens gedankt.

3) Es handelt sich hier natürlich nicht mehr um die „laminare" Strömungsform nach Stokes. Aber die Abwesenheit makroskopischer Wirbel soll uns zu dieser kurzen Kennzeichnung berechtigen.

4) Wenn hier und im folgenden für unsern Farbfaden das Wort „Diskontinuitätsfläche" benutzt wird, so ist dies sicher nur näherungsweise richtig. Im allgemeinen wird jedoch die wirkliche Diskontinuitätsfläche der inneren Begrenzung der Farbfäden nahe liegen.

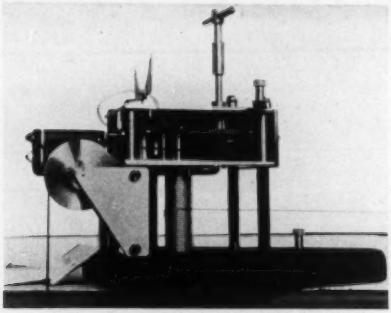


Fig. 3. Uhrwerk zum Hochziehen der Kugel (Fabrikat H. Diel, Leipzig). Die Wirkungsweise des Uhrwerks ist aus Fig. 1 zu ersehen.

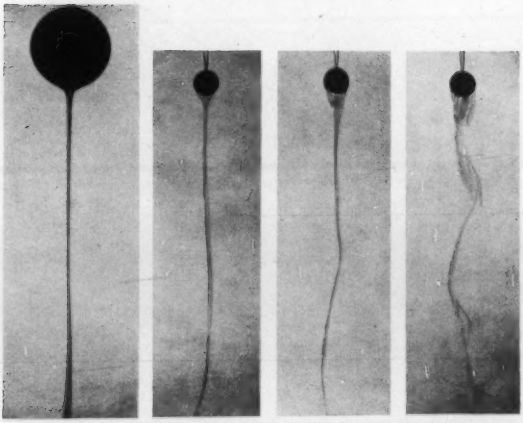


Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

Fig. 4. Der „laminare Schlauch" bei $Re = 170$ ($r/l = 1/8$; r = Kugelradius, l = Halbseite des quadratischen Trogquerschnitts).

Fig. 5–7. Entwicklung der Strömungsform mit wachsender Re-Zahl. $Re = 150, 302, 506$ ($r/l = 1/20$).

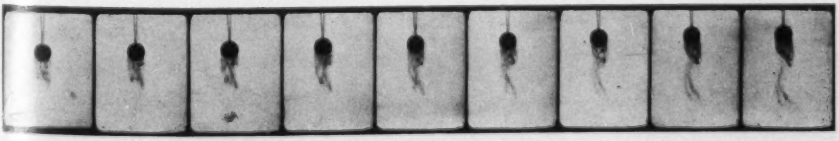


Fig. 8. Schräges Abschwemmen der Wirbel bei $Re = 748$ ($r/l = 1/20$). Die Filmaufnahmekamera wurde mit ungefähr halber Kugelgeschwindigkeit mitbewegt.

nahe der Kugel zu einem Wirbel ein, der schnell abwandert, um dem nächsten Platz zu machen: Wir sehen eine dreidimensionale „Wirbelstraße".

Es soll nun an Hand von Bildern und eines Berichtes über Augenbeobachtungen gezeigt werden, wie mit steigendem *Re* der Übergang von der laminaren Strömungsform zur Wirbelstraße vor sich geht. Ferner werden die Gesetzmäßigkeiten der Frequenz der Strömung sowohl in unmittelbarer Nähe der Kugel, als auch in größerer Entfernung hinter der Kugel untersucht werden.

Vornweg sei bemerkt, daß nach unseren Beobachtungen bei großem Wandeinfluß (großem Wandabstandsverhältnis r/l [r = Kugelradius, l = Halbseite des quadratischen Trogquerschnitts]) und bei einer bestimmten *Re*-Zahl dasselbe Strömungsbild zustande kommt, wie bei geringerem Wandeinfluß bei kleinerer *Re*-Zahl. Für die laminare Strömung bedeutet dies, daß bei großem r/l bis zu höheren *Re*-Zahlen hinauf der störungsfreie laminare Schlauch beobachtet wird: Wandeinfluß wirkt stabilisierend. (Näheres am Ende dieses Abschnittes S. 63.) Ob auch im Bereich der Wirbelstraße diese Erscheinung zutage tritt, konnte aus den dort maßgebenden Frequenzmessungen wegen der starken Streuung der Werte nicht entschieden werden. In den Unterschriften der Strömungsaufnahmen (Fig. 4 bis 15) ist r/l mit angegeben.

Wir vergrößern allmählich die Geschwindigkeit der Kugel, von der laminaren Strömung ausgehend. Zuerst herrscht für einen mit der Kugel bewegten Beobachter noch stationäre Strömung (Fig. 4: $Re = 170$, $r/l = 1/8$; Fig. 5, s. Tafel I: $Re = 150$, $r/l = 1/20$). Die Begrenzung des Totwassers geht dabei gut abgerundet in den Schlauch über. Mit zunehmender *Re*-Zahl rückt die Ablösungszone gegen den Äquator hin: Das Totwasser wird größer, wie dies Fig. 5 gegenüber Fig. 4 erkennen läßt[1]).

Bei weiterer Steigerung der Reynoldsschen Zahl ($Re = 200$, $r/l = 1/20$) beobachtet man, daß sich das Totwasser sackartig vergrößert und sich mit ganz kleiner Frequenz periodisch erweitert und verengt (pulsiert). Jetzt ist die Strömung also schon nicht mehr stationär. Man bemerkt, daß die Diskontinuitätsfläche an der Stelle, wo sie in den Schlauch übergeht, einen leichten Knick aufweist. Aber zu einer stärkeren Störung kommt es noch nicht. Vielmehr bleibt stromab der stationäre Schlauch noch erhalten.

1) Daß in Fig. 5 tatsächlich die *Re*-Zahl kleiner ist als in Fig. 4, beweist den oben angeführten Wandeinfluß.

Mit weiterhin steigender *Re*-Zahl wird das Pulsieren des Totwassers stärker, und an der Stelle, wo die Diskontinuitätsfläche den Knick hat, tritt der Beginn einer Einrollung auf. Deren Energie ist jedoch so gering, daß sie unter dem Einfluß der Reibung schnell abklingt. Gleichzeitig wird die begonnene Einrollung der Diskontinuitätsfläche durch die äußere Strömung zusammengedrückt und erscheint als eine Art Einstülpung. Derartige Einstülpungen treten im Anfange (bei noch niedrigen *Re*-Zahlen) nur gelegentlich, also unregelmäßig – wahrscheinlich begünstigt durch irgendwelche Störungen im Versuchswasser – auf und auch nur einseitig, abwechselnd rechts und links (sofern man diese Bezeichnungsweise bei der Kugel gebrauchen darf). Auf Fig. 6, s. Tafel I, ($Re = 302$, $r/l = 1/20$) ist gerade links eine solche Einstülpung im Gange. – Bei weiterer Erhöhung der Reynoldsschen Zahl (etwa $Re = 400$, $r/l = 1/20$) wird die Diskontinuitätsfläche nicht mehr nur einseitig eingestülpt. Jedoch ist das Strömungsbild im großen und ganzen noch das gleiche. Bis zu diesen *Re*-Zahlen sind die Abweichungen der Strömung – wie sie sich im Verlauf des Schlauches darstellt – von der Bewegungsachse der Kugel nur gering.

Von etwa $Re = 450$ ab tritt ein merkliches Ausschwenken der Strömung aus der Achse ein (vgl. Fig. 7, s. Tafel I: $Re = 506$, $r/l = 1/20$). Aus vielen Augenbeobachtungen konnte festgestellt werden, daß bei diesen Reynoldsschen Zahlen die Rotationsenergie des Totwassers so groß geworden ist, daß sie noch existiert, wenn das aus dem Totwasser entstandene Gebilde von der Kugel fortgeschwemmt wird. Man kann also hier ($Re > 450$[1])) erstmalig von einer Wirbelablösung sprechen (bezogen auf $r/l = 1/20$). Wie bei kleineren *Re*-Zahlen die Einstülpung der Diskontinuitätsfläche nicht kreissymmetrisch, sondern an einer Stelle beginnend vonstatten geht, so zeigt sich auch am Wirbel, daß eine Seite bevorzugt ist, an der er zuerst von der Kugel fortgeht: Der Wirbel zeigt in diesem *Re*-Bereiche sofort nach seiner Entstehung die Tendenz, sich schräg zu stellen und sich dabei zu deformieren (Fig. 8, s. Tafel I: $Re = 748$, $r/l = 1/20$)[2]). Der Wirbel 1[3]) gleitet mit seinem „unteren" Ende rasch von der Kugel weg, während er mit seinem „oberen" Ende noch an ihr bzw. dem Totwasser haftet. Unterdessen bildet sich im Totwasser ein neuer Wirbel 2, und das zurückgebliebene Ende des Wirbels 1

1) Schmiedel (9) (S. 608) gibt $Re > 500$ an.
2) Auch aus Schmiedelschen Filmbildern bei $Re = 690$ ist dies zu entnehmen.
3) Die Numerierung bezieht sich auf die zeitliche Reihenfolge der Wirbel.

wird in den Wirbel 2 „hineingerollt". Es bietet sich dann der Anblick dar, daß aus dem an der Kugel hängenden Wirbel 2 ein langgestreckter, etwa hufeisenförmiger (oder zungenrandförmiger) Wirbel 1 heraushängt (siehe letzte Bilder der Fig. 8). Dieser Wirbel 1 weist in seinem sichtbaren Teile noch starke Rotationsenergie auf, sowohl in seinem unteren, etwa halbkreisförmigen Hauptteile, als auch in den beiden langgezogenen, etwa parallel verlaufenden „Schenkeln". Das untere Ende (Hauptmasse) des hufeisenförmig deformierten Wirbels 1 bewegt sich oftmals beträchtlich von der Achse der Kugelbewegung weg. — Der neue Wirbel 2 hat sich ebenfalls schief gestellt und entfernt sich mit einem Ende von der Kugel (bzw. Totwasser). Die beiden Schenkel des Wirbels 1 gehen nun mit dem Wirbel 2 auch von der Kugel weg. Das Spiel wiederholt sich dann, indem Wirbel 2 an seinem zurückgebliebenen Ende in den Wirbel 3 hineingerollt wird usw. Eine allgemeingültige Azimutorientierung zum vorhergehenden Wirbel ist dabei nicht festgestellt worden. Bei manchen Versuchen liegt die Stelle des Ablösungsbeginns des Wirbels stets auf derselben Seite der Kugel, bei anderen Versuchen verschiebt sich diese Stelle von Wirbelablösung zu Wirbelablösung um 180° oder auch um einen anderen Winkel, aber anscheinend bei demselben Versuch immer um denselben Winkel. — Das Produkt dieses ganzen Vorganges wollen wir „Wirbelkette" nennen und die Verknüpfungsteile, in denen der Hauptteil der Wirbel enthalten ist, „Knoten". Von Knoten zu Knoten ziehen sich also, mehr oder weniger deutlich sichtbar, je zwei Schenkel[1]). Die Knoten zeigen oft eine lange andauernde Rotation, wobei eigenartig deformierte Gebilde entstehen [s. Fig. 9 unten, auf Tafel II[2]): $Re = 725$, $r/l = 1/8$], die sich stark aus der Bewegungsachse entfernen. — Je niedriger die *Re*-Zahl ist, desto eher (näher der Kugel) geschieht dieser ganze Vorgang, so daß bei den niedrigsten *Re*-Zahlen, bei denen überhaupt eine Wirbelablösung stattfindet, dieser Wirbel sich gleich von der Kugel weg schräg stellt. Bei etwas höheren *Re*-Zahlen tritt dieser Vorgang nicht sofort ein, so daß die Strömung hinter der Kugel noch länger Gelegenheit hat, sich annähernd symmetrisch auszubilden, aber bald tritt dann doch der beschriebene Vorgang ein, der also mit steigender *Re*-Zahl etwas rückwärts in die Strömung verlegt wird.

Bei weiterem Ansteigen der Reynoldsschen Zahl (etwa $Re > 1000$ für $r/l = 1/8$) nimmt die Achsabweichung der Strömung wieder ab (Fig. 10, s. Tafel II).

In diesem *Re*-Bereiche tritt eine Übergangserscheinung auf, die durch Augenbeobachtung festgestellt wurde, jedoch im Bild wegen der Kompliziertheit des Entstehungsvorganges nicht festgehalten werden konnte: Die Kettenbildung wird mehr und mehr durch das Auftreten von „diskreten" Wirbelringen[1]) unterbrochen. Bemerkt sei, daß die beiden Formen in diesem *Re*-Bereiche sich nicht ausschließen; es treten vielmehr im Verlaufe eines einzigen Bewegungsvorganges teils diskrete Wirbel auf, teils wird noch Verkettung beobachtet.

Von etwa $Re = 1500$ ($r/l = 1/8$) aufwärts treten nur Wirbelringe auf, deren Lebensdauer allmählich so weit steigt, daß man von einer „Wirbelstraße" sprechen kann (Fig. 11 bis 13, s. Tafel II und III). In diesem Gebiete ist der Strömungsmechanismus etwa folgender: Die etwas unterhalb des Äquators abgelöste Diskontinuitätsfläche weist von der Kugel ausgehend geringe Wellungen auf[2]). Diese Wellungen gleiten schnell von der Kugel weg bis etwa einen halben bis einen Kugeldurchmesser vom rückwärtigen Staupunkt entfernt. Hier rollen sich die Wellungen teils zu diskreten Wirbeln[3]) ein (Vorgang A), teils gleitet die Wellung über den vorher eingerollten Wirbel hinweg in diesen hinein und ist verschwunden, „verschluckt" (Vorgang B). Aber auch ein Mittelding wird häufig beobachtet (Vorgang C): nämlich, daß eine Wellung nur einseitig verschluckt wird und auf der anderen Seite sich als selbständiger Wirbel darbietet. In welchem Verhältnis das Vorkommen dieser drei Vorgänge steht, konnte

1) Diese Strömungsform mag vielleicht andere Autoren, die nur die Schenkel und nicht die Einrollung beobachtet haben, zu der Ansicht gebracht haben, die Schenkel bildeten zwei „spiralige Wirbel". — Das Gesamtbild kann den Eindruck spiraliger Linienführung geben, wenn — wie oben erwähnt — sich die Ablösungsstelle jeweils um einen bestimmten Winkel verschiebt. Unsere Beobachtungen haben jedoch die Verknüpfung der Schenkel durch Einrollungen wegen der Langsamkeit (große Kugel) so deutlich erscheinen lassen, daß an ihrer Realität nicht zu zweifeln ist.

2) Bei dieser Kugelgeschwindigkeit ($u = 1{,}1$ cm/sec) ist dieses Gebilde bereits 50 Sekunden alt!

1) Auch hier handelt es sich insofern nicht um völlige Diskretion, als die einzelnen diskreten Wirbel ja doch als aufeinanderfolgende Einrollungen einer einheitlichen Diskontinuitätsfläche in Zusammenhang stehen.

2) Je eine solche Wellung dürfte wohl die Lage eines bereits eingerollten Wirbels andeuten, der aber selbst nicht sichtbar wird, weil die inneren Teile des Totwassers nicht vom zufließenden Farbstrom getroffen werden (vgl. Fußnote 4 S. 60). Diese Wellungen pro sec wurden mit Frequenzmeßmethode 1 gezählt (siehe S. 64). —

3) Bei Frequenzmeßmethode 4 wurden diese Phasen markiert (siehe S. 65).

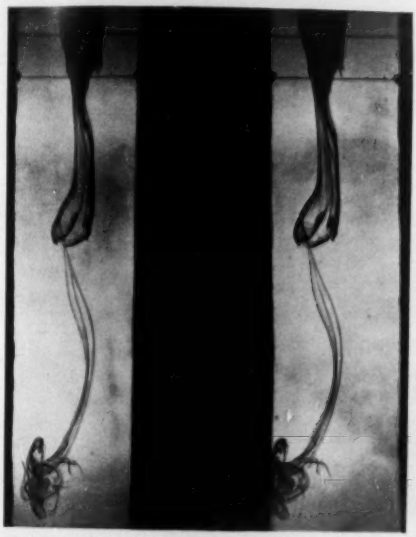


Fig. 9. Stereoskopische Aufnahme einer „Wirbelkette" bei $Re = 725$ $(r/l = 1/8)$.

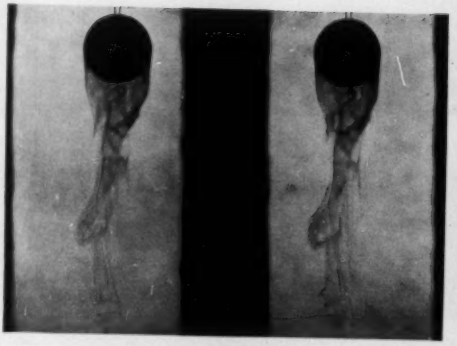


Fig. 10. Strömungsbild bei $Re = 1340$ $(r/l = 1/8)$.

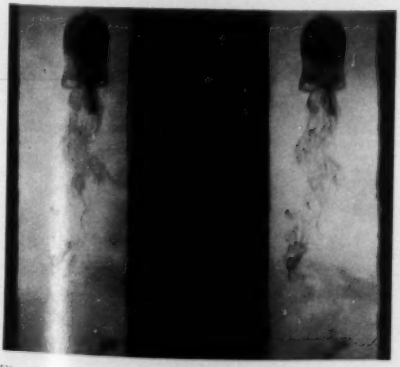


Fig. 11. Waagerecht sich einrollender Wirbel. $Re = 1510$ $(r/l = 1/8)$.

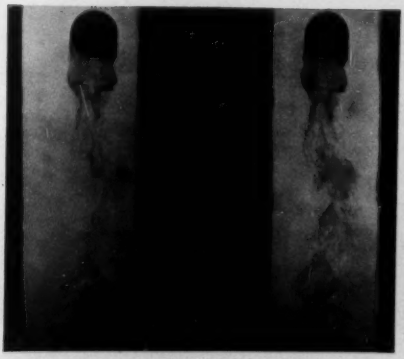


Fig. 12. Aufnahme bei $Re = 2020$ $(r/l = 1/8)$. Ähnlich der Fig. 11, jedoch dichtere Wirbelfolge, was an der unmittelbar unter der Kugel sichtbaren „Wellung", die den neuen Wirbel andeutet, zu erkennen ist.

quantitativ nicht festgestellt werden. Es scheint, daß Vorgang A bei weitem vorherrscht und B und C sich etwa die Waage halten. Oft kann man nicht eindeutig entscheiden, welcher Ablösungsvorgang stattgefunden hat. Daher ist es auch sehr schwierig, in diesem Bereiche genaue Frequenzbestimmungen vorzunehmen (vgl. Abschnitt IV). — Ältere Wirbel sind meist als solche nicht mehr zu erkennen, sondern sie bilden „diskrete Farbwölkchen". Andererseits behalten einzelne Wirbel ihre Rotationsenergie verhältnismäßig lange bei. Dies sowohl, wie auch das unregelmäßige Verschlucken, zeigt, daß die Energie der einzelnen Wirbel einigermaßen verschieden ist, um einen „statistischen Mittelwert" schwankt.

Mit steigender *Re*-Zahl gelangt man dann zu Strömungsformen wie Fig. 14 (s. Tafel III), bei denen bis zu sechs übereinanderliegende Wirbel zu beobachten sind. Wir befinden uns hier im Gebiete der gut ausgebildeten Wirbelstraße ($Re > 2000$).

Aus den Beobachtungen und aus dem Bildmaterial ist zu entnehmen, daß jede Wirbelstraße (in dem unserer Apparatur zugänglichen Bereiche[1]) nach kurzer Zeit „zerfällt". Mehr als sechs diskrete Wirbel (bzw. Farbwölkchen) sind kaum festgestellt worden. Der beobachtete Vorgang ist dann folgender: Nach einer gewissen Lebensdauer der symmetrisch zur Bewegungsachse liegenden Wirbelringe tritt ein seitliches Ausweichen und eine Vermengung der bis dahin gut sichtbaren diskreten Wirbel (bzw. Farbwölkchen) ein: Die Stabilität der Straße ist also jedenfalls nur gering und verschwindet schnell mit abnehmender Energie der Wirbel. Die dicht hinter der Kugel noch vollkommen gerade (symmetrische) Straße wird zu einem geschlängelten wolkigen Gebilde von scheinbar unregelmäßiger Gestalt. Jedoch findet man bei näherer Untersuchung an den am weitesten von der Achse entfernten Stellen ballenartige Verdickungen, die wieder eine gewisse Periodizität zeigen (vgl. Fig. 12 und folgende). Diese Erscheinung wurde im Bereiche $Re \approx 2000$ bis 10000[1]) beobachtet[2]). Schmiedel (9) veröffentlicht ohne nähere Diskussion bei $Re = 3400$ ähnliche Formen. Den Auflösungsvorgang der Wirbelstraße und ihren Übergang zu Ballen kann man im einzelnen nur sehr schwer beobachten. Es scheint, daß besonders starke Wirbel zu Zentren dieser Ballen werden. Bei höheren *Re*-Zahlen wird die Ausweichung der Ballen von der Achse der Bewegung geringer, wie ein Vergleich der Fig. 15 (s. Tafel IV) ($Re = 10400$) mit den vorhergehenden Strömungsaufnahmen zeigt.

Wegen der Schwierigkeiten beim Ausmessen der Ballenabstände (Unsicherheit im Ansprechen eines Ballens, geringe Anzahl der Ballen im Meßbereich) ist die Ballenfrequenz schwer festzustellen. Es scheint annähernd Konstanz ($S = 0{,}4$; vgl. nächsten Abschnitt) zu herrschen für den Bereich von $Re \approx 1300$, wo die Ballenfrequenzkurve von der Wirbelfrequenzkurve abzweigt (Fig. 16), bis zu $Re \approx 10000$, der oberen Grenze unserer Messungen.

Alles in allem genommen haben wir also von etwa $Re = 500$ bis 10000 Wirbelbildungen hinter der Kugel festgestellt. Sie erfolgen annähernd periodisch, nehmen jedoch im Zusammenhang mit ihrer allmählich steigenden Energie verschiedene Formen an, von der „Wirbelkette" bei kleineren *Re* bis zur „Wirbelstraße" bei größeren *Re*-Werten. Bemerkenswert ist, daß sowohl in statu nascendi (in nächster Kugelnähe, Verschwinden von Wellungen), als auch weitab von der Kugel (Ballenbildung) Einzelgebilde sich zu Komplexen vereinigen, wie es die Theorie [Levy (18)] für ebene Wirbelfäden gelehrt hat.

Wandeinfluß. Einiges sei noch über die Wandeinflußuntersuchungen gesagt. Mit $r/l = 1/8$ (Trog I) und $r/l = 1/4{,}2$ (Trog II) wurden im Anströmverfahren Versuche angestellt, wobei immer dieselbe Kugel zur Anwendung kam (Kugel B). Bei $r/l = 1/8$ konnte bis $Re = 330$[1]) kein Unterschied in der Strömungsform gegenüber beispielsweise $Re = 170$ (Fig. 4, Anströmaufnahme) festgestellt werden, während bei den oben beschriebenen Schleppversuchen (Fig. 5 und 6) bei $r/l = 1/20$ sehr merkliche Änderungen auftreten. Im Trog II ($r/l = 1/4{,}2$) konnte das Anströmverfahren noch zu höheren *Re*-Werten geführt werden. Hierbei zeigte sich, daß der laminare Schlauch bei vorsichtiger Handhabung bis $Re = 540$ einwandfrei aufrecht erhalten wurde (gegenüber $Re < 150$ für $r/l = 1/20$). Dagegen gelang dies nie bis $Re = 550$. Die Grenze zwischen den beiden Strömungsformen ist also gegenüber $r/l = 1/20$ hier sehr scharf geworden und entspricht in diesem Sinne etwa der „oberen kritischen *Re*-Zahl" der Rohrströmung.

1) Höhere *Re*-Zahlen als 10000 ließen sich an unserer Apparatur wegen oft auftretender Pendelungen der Kugel und zu schneller Zerstreuung der Farbflüssigkeit nur schwer auswerten.

2) Ein Analogon des freien Strahles bilden die Rauchfahnen von Fabrikschornsteinen, die den Fig. 12 bis 15 verwandte Strömungsformen zeigen.

1) Höhere *Re* konnten wegen der in diesem Trog nicht mehr zu steigernden Anströmgeschwindigkeit nicht erzielt werden.

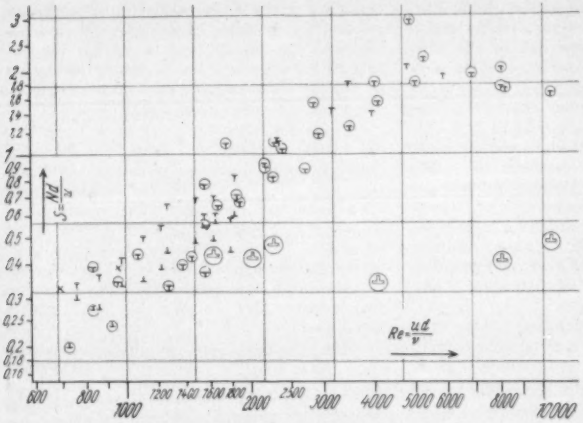


Fig. 16. Dimensionslose Frequenz S in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl Re (logarithmisch).
Zeichen ohne Kreis = Augenbeobachtungen; Zeichen im Kreis = nach Filmbildern oder Platten; große Zeichen = Ballenfrequenzen.
Nähere Erläuterung im Text.

Es wurden jedoch auch noch drei weitere Meßmethoden benützt: Zunächst eine kinematographische Methode (Methode 2): Neben der sich bewegenden Kugel wurde eine Glühlampe mit gefilmt. Diese Glühlampe war mit der Sekundenuhr des Instituts über ein Relais gekoppelt, so daß sie sekundlich einmal aufflammte (auf Fig. 15, rechte Hälfte der Filmbilder, zu sehen). Auf dem Film waren also die jeweils ersten Bilder mit brennender Lampe als volle Sekunden kenntlich. Auf den dazwischenliegenden Bildern wurden die neu entstandenen Wirbel gezählt. Die so aus Filmstreifen von 2–15 Sekunden errechneten S-Werte und die dazugehörigen Re-Werte sind in Tabelle II und in Fig. 16 (als ⊤) zusammengestellt.

IV. Das Messen der Frequenzen

Im vorhergehenden Abschnitt war bereits die Schwierigkeit der Frequenzmessung angedeutet; unsere diesbezüglichen Messungsergebnisse weisen daher große Streuungen auf. Die Grundlagen der Frequenzmessung seien im folgenden angeführt:

Dimensionslos wird die Frequenz durch die Strouhalsche Zahl[1])

$$S = \frac{Nd}{u} = \frac{d}{tu} \qquad (1)$$

dargestellt. Hierbei ist d = Kugeldurchmesser, u = Kugelgeschwindigkeit, N = Anzahl der sekundlich abgelösten Wirbel, und $1/N = t$ ist die Zeit, die zwischen zwei Wirbelablösungen verstreicht. $u \cdot t = h$ ist dann die Strecke, die in der Zeit t von der Kugel durchlaufen wird:

$$\frac{u}{N} = ut = h. \qquad (2)$$

Die Zahl N der sekundlich abgelösten Wirbel wurde durch Augenbeobachtung mit Abzählen nach Stoppuhr gemessen (Methode 1). Die betreffenden Ergebnisse sind als ⊤ in dem Diagramm, Fig. 16, eingezeichnet und aus Tabelle I zu entnehmen.

1) Diese Bezeichnung wird in letzter Zeit in der einschlägigen Literatur angewendet, da die Gleichung (1) zuerst von Strouhal (2) aufgestellt worden ist (vgl. auch S. 57).

Tabelle I
Frequenzbestimmungen nach Augenbeobachtungen

Strömungsform: Wirbel

Versuch Nr.	Nach Methode 1		Nach Methode 4		Re	r/l
	S	Z[1])	S	Z[1])		
1	0,342	8	0,298	2	756	1/20
2	0,367	8	0,275	2	857	
3	0,422	7	0,333	4	975	
4	0,503	8	0,347	4	1100	
5	0,553	8	0,385	5	1215	
6	0,654	9	0,441	8	1260	
7	0,694	8	0,475	5	1475	
8	0,707	8	0,484	7	1625	
9	0,608	8	0,541	7	1540	1/8
10	0,608	8	0,564	8	1640	
11	0,588	8	0,443	8	1790	
12	0,837	8	0,595	8	1830	
13	1,14	10	—	—	2310	
14	1,115	8	—	—	2340	
15	1,45	8	—	—	3140	
16	1,925	8	—	—	5440	
17	2,08	8	—	—	4780	
18	1,81	8	—	—	3450	
19	1,42	8	—	—	3935	

1) Zahl der Einzelmessungen, aus denen gemittelt wurde.

Tabelle II

Frequenzbestimmungen nach Filmaufnahmen.

Strömungsform: Wirbel. — Methode 2

Film-Nr.	S	Re	r/l
270	0,392	828	1/20
271	0,346	956	
272	0,435	1 070	
273	0,298	1 270	
274	0,397	1 370	
275	0,427	1 445	
276	0,372	1 550	
277	1,095	1 750	
278	0,67	1 880	
279	0,895	2 180	
234	0,552	1 550	1/8
235	0,775	1 550	
232	0,652	1 665	
231	0,710	1 855	
230	0,920	2 160	
209	0,82	2 272	
215	1,104	2 280	
225	1,04	2 380	
229	0,882	2 705	
210	1,53	2 838	
216	1,172	2 910	
228	1,26	3 470	
217	1,814	4 000	
211	1,54	4 064	
212	3,93	4 845	
218	1,82	5 000	
221	2,22	5 240	
227	1,93	6 800	
220	2,04	8 000	
222	1,74	8 000	
219	1,71	8 120	
226	1,65	10 450	

Eine weitere Methode (Methode 3) gründet sich auf folgende Überlegung: h^* sei der augenblickliche Abstand zweier aufeinanderfolgender Wirbel, u^* die augenblickliche Geschwindigkeit des Wirbels, deren Anfangswert gleich der Kugelgeschwindigkeit u ist. u^* nähert sich unter dem Einfluß der Reibung allmählich dem Werte Null. h^* nähert sich schließlich dem Grenzwert h^*_∞, der den Abstand der zur Ruhe gekommenen Wirbel darstellt. Gleiche Phasen aufeinanderfolgender Wirbel haben die Zeitdifferenz t, also auch das Stehenbleiben zweier aufeinanderfolgender Wirbel. Ferner erfolgt das Stehenbleiben eines Wirbels jeweils im gleichen augenblicklichen Abstand von der Kugel. Diese hat sich aber in der Zeit t um die Strecke h fortbewegt; also muß der Abstand der zur Ruhe gekommenen Wirbel h^*_∞ ebenfalls gleich h sein:

$$h^*_\infty = h. \qquad (3)$$

Die gleiche Überlegung gilt für jede beliebige Phase. Man hat also die Möglichkeit, aus Aufnahmen stehengebliebener Wirbel $h^*_\infty = h$ und somit aus Gleichung (1) bis (3) N bzw. S zu bestimmen:

$$S = \frac{Nd}{u} = \frac{d}{h} = \frac{d}{h^*_\infty}. \qquad (4)$$

Daß keine Wirbelvereinigungen stattgefunden haben, ist Voraussetzung dafür, daß die so bestimmte Frequenz gleich der Zahl der sekundlich abgelösten Wirbel ist [entsprechend Gleichung (1)]. Diese Methode wurde zunächst für den Bereich der „Wirbelkette" verwendet. Außerdem fand sie auch noch Anwendung auf die „Ballen", die ja auch eine gewisse Periodizität aufweisen. Beide Ergebnisse sind in Tabelle III und Fig. 16 (⊥ und ⊕) eingetragen. Da die Ballen stets mehrere Wirbel in sich vereinigen, müssen sie notwendig geringere Frequenz aufweisen als die Einzelwirbel, was sich in Fig. 16 deutlich ausprägt.

Tabelle III

Frequenzbestimmungen aus einzelnen Filmbildern bzw. Platten

Methode 3. — $r/l = 1/8$

Platte Nr.	S	Re	Strömungsform
200	0,200	725	Wirbelkette
201	0,273	830	,,
203	0,238	920	,,
154	0,43	1 632	Ballen
180	0,42	2 020	,,
185	0,34	4 060	,,
Film-Nr.			
209	0,47	2 270	Ballen
220	0,41	8 000	,,
226	0,48	10 450	,,

Die folgende Methode (Methode 4) ist der letzteren verwandt. Sie benützt als kennzeichnende Phase jedoch nicht das Stehenbleiben, sondern eine frühere Entwicklungsstufe, nämlich den charakteristischen Einrollungsmoment des Wirbels[1]) und wird im Re-Gebiet der „Wirbelstraße" bis $Re = 2000$ verwandt. Der Ort des Einrollungsvorganges wurde jeweils durch einen Kreidestrich außen am Trog markiert, und dies wurde bei den wiederkehrenden gleichen Phasen wiederholt. Auf diese Art wurde h — entsprechend der Methode 3 — bestimmt. Die Anzahl der markierten Wirbel war hierbei zwischen 4 und 6. Die Ergebnisse sind aus Tabelle I und Fig. 16 (⊥) zu ersehen.

1) Vgl. Fußnote 3 S. 62 und den dazugehörigen Text.

Im Gebiete bis $Re = 2000$ wurden die beiden Methoden 1 und 4 unmittelbar nacheinander jeweils paarweise für eine bestimmte Re-Zahl angewandt[1]). Dabei zeigte sich, was auch in Tabelle I und Fig. 16 deutlich zum Ausdruck kommt, daß Methode 1 stets höhere Werte für S ergab als Methode 4. Der Grund ist in der im vorhergehenden Abschnitt näher beschriebenen Aufschluckung zu suchen. Als charakteristischer Moment für Methode 4 wurde nämlich mit dem Sichtbarwerden der Einrollung des Farbfadens ein etwas späterer Moment festgehalten als der bei Methode 1 benützte Augenblick des ziemlich plötzlichen Entfernens des Wirbelgebildes von der Kugel[2]). Inzwischen erfolgen aber die Aufschluckungen, wodurch die Frequenz herabgesetzt wird.

Der allgemeine Verlauf der gemessenen S-Werte in Abhängigkeit von Re stellt sich als ein im Bereiche $Re = 600$ bis 3000 annähernd linearer Anstieg dar. Daran schließt sich ein allmählicher Übergang zu konstanten S-Werten. Vielleicht erfolgt oberhalb 6000 ein leichtes Absinken. Zwei ältere Messungen von Schmiedel (9) aus dem hiesigen Laboratorium sind ebenfalls eingetragen (liegende Kreuze ×) und fügen sich unseren Messungen gut ein.

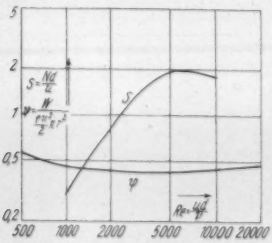


Fig. 17. Frequenzkurve S (aus Fig. 16) im Vergleich zur Widerstandskurve ψ der Kugel (logarithmisch).

Der genannte Verlauf entspricht qualitativ dem Verlauf der S-Kurve für das ebene Problem des Zylinders. Zahlenmäßig – jeweils auf Durchmesser bezogen – liegen die Kugelfrequenzen S im konstanten Bereich etwa 10mal höher als die entsprechenden des Zylinders. Der geschilderte Anstieg der S-Werte liegt bei der Kugel bei wesentlich höheren Re-Werten als beim Zylinder, bei dem bereits bei $Re = 1300$ die Konstanz erreicht ist. Im übrigen fällt – ähnlich wie beim Zylinder – das Gebiet steigender S-Werte zusammen mit dem fallender Werte des Widerstandskoeffizienten, um ungefähr zugleich mit diesem annähernd konstant zu werden (vgl. Fig. 17).

V. Zusammenfassung des I. Teiles

Im Bereiche $Re = 150$ bis 10000 wurden photographisch und kinematographisch die Strömungsformen hinter gleichförmig bewegten Kugeln bestimmt. Außer der Feststellung der Re-Werte, bei denen die Strömung von laminaren Formen zur Wirbelfolge übergeht, wurde noch der Mechanismus der Ablösung und die Strömungsform in größerer Entfernung hinter der Kugel näher betrachtet. Ferner wurde der Einfluß der Gefäßwände auf die Strömungsform dahin festgestellt, daß bei größerem r/l (Kugelradius zu halber Seitenlänge des Troges) der laminare Strömungszustand bis zu höheren Reynoldsschen Zahlen hinauf erhalten bleibt.

Völlig glatte Laminarströmung besteht (bei $r/l = 1/20$) bis zu $Re = 300$. Steigert man Re allmählich bis 450, so herrscht auch noch Laminarströmung, aber zunächst gelegentlich und weiterhin regelmäßig durch Ansätze von Wirbelbildung gestört. Von etwa $Re = 450$ an ($r/l = 1/20$) treten Wirbelablösungen (Ringwirbel) auf. Die Wirbel wandern schief ab und erwecken so den Eindruck kettenartigen Zusammenhanges (Wirbelkette). Von etwa $Re = 1000$ ab (für $r/l = 1/8$) treten mitunter diskrete Wirbel auf, die mit steigender Re-Zahl immer mehr gegenüber den verketteten Wirbeln überhandnehmen, bis von etwa $Re = 1500$ aufwärts nur noch diskrete Wirbel in der Flüssigkeit zurückbleiben: „Wirbelstraße". Die Wirbelstraße erweist sich als nicht stabil, vielmehr vereinigen die Wirbel sich bald zu wolkigen Ballen, die ihrerseits wieder eine gewisse Periodizität aufweisen.

Mit verschiedenen, objektiven und subjektiven, Methoden wurde die Frequenz der gebildeten Wirbel gemessen. Ihre durch die Strouhalsche Zahl $S = \frac{N d}{u}$ dargestellte dimensionslose Frequenz steigt von 0,2 bei $Re = 700$ bis 2 bei $Re = 5000$ an, um weiterhin (beobachtet bis $Re = 10000$) annähernd konstant zu bleiben. – Die Frequenz der Ballen ergibt sich im Bereiche $Re = 1600$ bis 10000 annähernd konstant zu rund $S = 0{,}4$.

1) Jeder dieser Werte ist aus Mittlung mehrerer, im Anschluß aneinander ausgeführter gleichartiger Messungen entstanden. Vgl. Z in Tabelle I.

2) Tatsächlich liegt die Einrollung schon hier vor, ist jedoch am Farbfaden erst als Wellung zu erkennen. Vgl. Fußnote 2 S. 62, r. Sp.

II. Teil

Reibungswiderstand fallender Kugeln bei kleinen Reynoldsschen Zahlen

I. Theorie und Problemstellung

Die Zustände (Druck- und Geschwindigkeitsverteilung) in reibenden Flüssigkeiten werden durch die Navier-Stokesschen Differentialgleichungen beschrieben (19). Für den Fall der in volumenbeständiger Flüssigkeit gleichförmig bewegten Kugel gibt Stokes (20) unter Vernachlässigung der Trägheitskräfte eine Lösung dieser Differentialgleichungen an. Er erhält als reinen Reibungswiderstand

$$W_{St} = 6\pi\mu r u. \qquad (5)$$

Es bedeuten: W_{St} = Widerstand nach Stokes; μ = (dynamische) Zähigkeit der Versuchsflüssigkeit; r = Kugelradius; u = Geschwindigkeit der Kugel. Führt man, wie dies in der Hydrodynamik allgemein üblich ist, die Reynoldssche Zahl

$$Re = \frac{2ru\varrho}{\mu} = \frac{ud}{\nu} \qquad (6)$$

(Verhältnis der Trägheitskräfte zu den Reibungskräften) und den Widerstandsbeiwert

$$\psi = \frac{W}{\frac{\varrho u^2}{2}\pi r^2} \qquad (7)$$

ein, so lautet dieses Widerstandsgesetz in dimensionsloser Schreibart

$$\psi_{St} = \frac{24}{Re} \qquad (8)$$

(ϱ = Dichte, $\nu = \frac{\mu}{\varrho}$ = kinematische Zähigkeit der Flüssigkeit; d = Kugeldurchmesser). Wegen der Vernachlässigung der Trägheitskräfte hat dieses Gesetz nur Gültigkeit für Reynoldssche Zahlen, bei denen die Trägheitskräfte nicht mehr vergleichbar mit den Reibungskräften sind, also für $Re \ll 1$.

$$\psi_{110} = \frac{24}{Re}\left(1 + \frac{3}{16}Re - \frac{19}{1280}Re^2 + \frac{71}{20480}Re^3 - \frac{30179}{34406400}Re^4 + \frac{122519}{560742400}Re^5 - + \cdots\right). \qquad (10)$$

Die drei theoretischen Kurven sind in logarithmischer Auftragung aus Fig. 18 zu ersehen. (Die Kreuze stellen unsere Messungen dar.)

Oseen (21) hat die Stokesschen Gleichungen durch teilweise Berücksichtigung der Trägheitskräfte erweitert. Er verwendet dabei die sogenannten halbquadratischen Glieder $\left(U\frac{\partial u}{\partial x}\cdots\right)$ mit. Die Oseensche Widerstandsformel lautet

$$\psi_{Os} = \frac{24}{Re}\left(1 + \frac{3}{16}Re\right). \qquad (9)$$

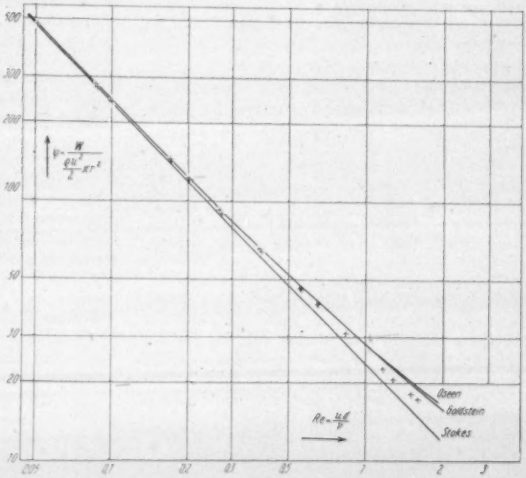


Fig. 18. ψ, Re-Diagramm (logarithmisch).

Bemerkt sei, daß man für kleine Re an Stelle der Formel (9) auch setzen kann

$$\psi_{Os}^{*} = \frac{24}{Re}\left(\frac{1}{1 - \frac{3}{16}Re}\right)^{1}). \qquad (9^*)$$

Die Oseensche Gleichung stellt eine Näherungslösung in bezug auf die Randbedingungen dar.

Goldstein (22) führt die Lösung der Oseenschen Differentialgleichungen exakt in bezug auf die Randbedingungen durch und gelangt zu einem Widerstandsbeiwert für $Re \ll 1$

Eine Lösung der Navier-Stokesschen Differentialgleichungen ohne die einschränkende

1) Für $Re = 1$ liegt ψ_{Os}^{*} 3,5 Proz., für $Re = 0{,}1$ nur noch 0,035 Proz. über ψ_{Os}.

Bedingung kleiner Reynoldsscher Zahlen existiert noch nicht. Man ist daher darauf angewiesen, außerhalb des Gültigkeitsbereiches der genannten Theorien den Widerstand experimentell zu ermitteln. Außerdem gestatten Messungen bei kleinen Reynoldsschen Zahlen, experimentell die Gültigkeitsgrenze der Theorie zu bestimmen bzw. in dem Grenzgebiete die Größe der Abweichung von der Theorie festzustellen. Eine Anzahl Messungen liegen hierüber vor [(23) bis (29)].

Beim Vergleich der Messungen mit der Theorie treten jedoch Schwierigkeiten auf; denn die Theorie verlangt unendliche Ausdehnung der Flüssigkeit, welche Voraussetzung experimentell nicht zu verwirklichen ist. Daher wurden „Wandeinflußtheorien" aufgestellt. Zunächst entwickelte Ladenburg (30) eine solche, ausgehend von den Stokesschen Gleichungen (ohne quadratische Glieder). Er erhielt damit für eine in der Achse eines Kreiszylinders fallende Kugel

$$\psi_{\mathrm{Lad}} = \frac{24}{Re}\left(1 + 2{,}104\,\frac{r}{l}\right)^{1)} \tag{11}$$

(r = Kugelradius, l = Gefäßradius).

Entsprechende Berechnungen führte Faxén (31) unter Berücksichtigung der halbquadratischen Glieder wie Oseen durch und gelangte so zu einem Widerstandsbeiwert

$$\psi_{\mathrm{Fax}} = \frac{24}{Re}\,\frac{1}{1 - \frac{3}{16}Re - \frac{r}{l}L(\sigma l) + 2{,}09\,\frac{r^3}{l^3} - 0{,}95\,\frac{r^5}{l^5} + - \cdots} \tag{12}$$

($\sigma l = \frac{Re}{4}\cdot\frac{l}{r}$; $L(\sigma l)$ ist eine für einige Werte des Arguments (σl) von Faxén und Emersleben[2]) berechnete Funktion[3])).

Eine der Goldsteinschen Lösung entsprechende Wandeinflußtheorie besteht nicht. Daher, und weil in den betrachteten Bereichen Goldstein nur sehr wenig von Oseen abweicht, beziehen wir uns im folgenden im wesentlichen auf Oseen.

Die Beziehungen (11) und (12) bieten nun die Möglichkeit, bei endlichen Wandabständen gemessene ψ-Werte auf unendliches Medium umzurechnen und so einen Vergleich zwischen dem Versuch und der Stokesschen bzw. Oseenschen Theorie für unendliches Medium durchzuführen bzw. eine experimentelle ψ-Kurve für unendliches Medium aufzustellen. Man geht dazu von folgender Erwägung aus: ψ_{exp} stelle den gemessenen ψ-Wert, F den zu bestimmenden Umrechnungsfaktor und ψ_∞ den hieraus auf unendliches Medium umgerechneten ψ-Wert dar, also

$$\psi_\infty = \psi_{\mathrm{exp}} \cdot F\,. \tag{13}$$

Dann verhält sich

$$\frac{\psi_{\mathrm{St}}}{\psi_{\mathrm{Lad}}} = \frac{\psi_{\infty\mathrm{Lad}}}{\psi_{\mathrm{exp}}} = \frac{\psi_{\mathrm{exp}} \cdot F_{\mathrm{Lad}}}{\psi_{\mathrm{exp}}}$$

bzw.

$$\frac{\psi_{\mathrm{Os}}}{\psi_{\mathrm{Fax}}} = \frac{\psi_{\infty\mathrm{Fax}}}{\psi_{\mathrm{exp}}} = \frac{\psi_{\mathrm{exp}} \cdot F_{\mathrm{Fax}}}{\psi_{\mathrm{exp}}},$$

und es ergibt sich für den Wandeinflußfaktor, mit dem der gemessene ψ-Wert zu multiplizieren ist,

$$F_{\mathrm{Lad}} = \frac{\psi_{\mathrm{St}}}{\psi_{\mathrm{Lad}}} = \frac{1}{\left(1 + 2{,}104\,\frac{r}{l}\right)} \tag{14}$$

bzw.

$$F_{\mathrm{Fax}} = \frac{\psi_{\mathrm{Os}}}{\psi_{\mathrm{Fax}}} = \frac{1 - \frac{3}{16}Re - \frac{r}{l}L(\sigma l) + 2{,}09\,\frac{r^3}{l^3} - 0{,}95\,\frac{r^5}{l^5} + - \cdots}{1 - \frac{3}{16}Re}\,. \tag{15}$$

Die Ladenburgsche Korrektur gilt unter der Voraussetzung, daß $Re \ll 1$ und $\frac{r^2}{l^2} \ll 1$, und daß kein Gleiten der Flüssigkeit an der Kugel und am Rohr stattfindet. — Die Faxénsche Formel ist unter folgenden Voraussetzungen abgeleitet:

1. $\sigma^2 r^2 \ll 1$; $\sigma r \frac{r^2}{l^2} \ll 1$; $\frac{r^6}{l^6} \ll 1$.
2. Das Rohr, in dessen Achse die Kugel fällt, ist im Verhältnis zu seinem Durchmesser sehr lang.
3. Die Kugelgröße ist nicht vergleichbar mit der Molekülgröße.

1) Ladenburg selbst gibt den Wert 2,4 an. Die Berichtigung zu 2,104 stammt von Faxén (31).

2) Die Werte von Emersleben sind bei Faxén (31) angegeben.

3) Die Werte sind in Abschnitt IIa aufgeführt.

4. Es findet kein Gleiten statt zwischen der Flüssigkeit einerseits und der Kugel und dem Rohr andererseits.

In zwei älteren Leipziger Arbeiten von Liebster (27) und Schmiedel (29) wurden bereits Versuche zu der vorliegenden Frage durchgeführt und entsprechende Umrechnungen auf unendliches Medium vorgenommen. Dabei war der Wandeinfluß in den meisten Fällen verhältnismäßig groß, derart, daß die Beträge der Wandeinflußkorrekturen von derselben Ordnung oder erheblich größer waren als die Unterschiede der beiden Theorien (Stokes, Oseen). Sieht man den Schwerpunkt der Theorien in ihren Aussagen für unendliches Medium, so steht man notwendig diesen Messungen etwas skeptisch gegenüber und wird trachten, neue Versuche auszuführen, bei denen der Wandeinfluß kleiner gehalten wird. Dies war zunächst ein Zweck der vorliegenden Untersuchung, deren größte Wandeinflüsse etwa gleich den kleinsten der genannten beiden experimentellen Arbeiten waren und sich bis zu erheblich kleineren Werten erstreckten (vgl. Fig. 24 und 25). Damit war gleichzeitig der Forderung der Theorie besser Rechnung getragen, die auch kleinen Wandeinfluß verlangt. Ferner sollte insbesondere bei kleinen *Re*-Werten weiteres Material beigebracht werden, da streng genommen nur auf solche die Gültigkeit der Theorie sich erstreckt.

Für den Vergleich zwischen den Versuchen einerseits und den Theorien andererseits ist nun ein Punkt von wesentlicher Bedeutung, der bisher noch nicht berücksichtigt wurde. Innerhalb des Bereichs kleiner *Re*-Zahlen (etwa bis 0,2), der nach der Voraussetzung der Theorien wesentlich in Betracht kommt, ist nämlich der Unterschied zwischen den Theorien so gering (Tabelle V, Spalte 12 oder 13), daß — bei Lage der Beobachtungen zwischen den Theorien (vgl. Fig. 24 und 25) — ein systematischer Meßfehler von $^1/_2$ Proz. in ψ oder *Re* eine Entscheidung zwischen den Theorien völlig verschieben kann, welche die Differenz zwischen den experimentellen und den theoretischen ψ-Werten als Kriterium benützt. Ein systematischer Fehler in der angegebenen Größe kommt nun tatsächlich wegen der Zähigkeitsmessung sehr wohl in Frage, denn man ist bei Benützung eines der praktisch in Betracht kommenden Zähigkeitsmesser auf einen Eichwert angewiesen, der selbst auf $^1/_2$ bis 1 Proz. unsicher ist. Ein Fehler der Zähigkeit in dieser Größe ist aber wegen der starken Abhängigkeit des ψ-Wertes von *Re* von großem Einfluß. Von diesem Gesichtspunkt aus wird man es vorziehen, auf einen Vergleich in der oben angegebenen Weise zu verzichten, der zwar allein eine völlige vergleichende Wertung der Theorien liefert, aber unter der genannten Unsicherheit der Zähigkeitsmessung doch sehr leidet. Man wird vielmehr einem Vergleich den Vorzug zu geben haben, in dem ein systematischer Zähigkeitsfehler in der angegebenen Größe nicht mehr eine Verschiebung der Ergebnisse zugunsten der einen oder der anderen Theorie zur Folge haben kann.

Einen solchen Vergleich erhält man auf Grund folgender Überlegung: Wir bilden den Differentialquotienten $\frac{d(\psi Re)}{dRe}$. Dieser erweist sich nach den Theorien von Stokes und Oseen unabhängig von *Re* bzw. von der Zähigkeit. Es ergibt sich nämlich aus Gleichung (8)

$$\frac{d(\psi_{St} Re)}{dRe} = 0 \qquad (8')$$

und aus Gleichung (9)

$$\frac{d(\psi_{Os} Re)}{dRe} = 4{,}5\,. \qquad (9')$$

Man wird damit rechnen dürfen, daß diese Konstanz in Wirklichkeit (Versuch) wenigstens annähernd erfüllt ist. Dies hat zunächst den Vorteil, daß ein durch eine fehlerhafte Bestimmung von ν hervorgerufener Fehler in der *Re*-Zahl (Fehler in der Abszisse) für den Vergleich zwischen Theorie und Versuch belanglos ist. — Jedoch spielt die Zähigkeit auch für den Ordinatenwert, d. h. $d(\psi Re)/dRe$, grundsätzlich eine Rolle. Aus Versuchen bestimmte Werte für $d(\psi Re)/dRe$ sind jedoch völlig unabhängig von Fehlern in der Zähigkeitsbestimmung, solange diese Fehler einem konstanten Faktor entsprechen; denn es gilt

$$\frac{d(\psi Re)}{dRe} = \psi + Re\,\frac{d\psi}{dRe}\,, \qquad (16)$$

und nach den Regeln der Differentialrechnung läßt sich ein konstanter Fehlerfaktor in *Re* bzw. ν kürzen. Damit aber haben wir in $d(\psi Re)/dRe$ die Grundlage für den beabsichtigten Vergleich gewonnen, der ja gerade unabhängig von einem systematischen, d. h. multiplikativ konstanten Zähigkeitsfehler sein sollte, wie er bei Benützung nur einer Kapillare gegeben erscheint. Bei uns liegen die Verhältnisse insofern noch besonders günstig, als die der Beurteilung zugrunde gelegten Messungen mit praktisch konstanter Zähigkeit ausgeführt wurden (vgl. S. 73). Das Verfahren besteht dann einfach darin, daß man die experimentelle (ψRe),*Re*-Kurve differentiiert und das Differentiationsergebnis mit dem Stokesschen Wert Null bzw. dem Oseenschen Wert 4,5 vergleicht.

II. Experimentelles

a) Ermittlung der Einzeldaten

Die beiden zu bestimmenden dimensionslosen Größen sind die Reynoldssche Zahl

$$Re = \frac{u\,d}{\nu} \tag{6}$$

und der auf unendliches Medium umgerechnete Widerstandsbeiwert nach Gleichung (7) und (13)

$$\psi_\infty = \psi_{exp} \cdot F = \frac{W}{\frac{\varrho u^2}{2}\pi r^2} \cdot F. \tag{17}$$

Der Widerstand ist beim gleichförmigen, freien Fall gleich Gewicht minus Auftrieb der Kugel,

$$W = \frac{4}{3}\pi r^3 (s_1 - s_2), \tag{18}$$

wobei s_1 und s_2 die spezifischen Gewichte der Kugel und der Flüssigkeit bedeuten. Mit Gleichung (15) und (18) bzw. (14) und (18) und mit $\varrho = \frac{s_2}{g}$ (g = Erdbeschleunigung) und $G = s_1 \frac{4}{3}\mu r^3$ (G = Kugelgewicht) ergibt sich für den Widerstandsbeiwert

$$\psi_{\infty Fax} = \frac{\frac{8}{3} g r \left(\frac{G}{\frac{4}{3}\pi r^3} - s_2 \right)}{s_2 u^2} \cdot \frac{1 - \frac{3}{16} Re - \frac{r}{l} L(\sigma l) + 2{,}09 \frac{r^3}{l^3} - 0{,}95 \frac{r^5}{l^5}}{1 - \frac{3}{16} Re} \tag{19}$$

bzw.

$$\psi_{\infty Lad} = \frac{\frac{8}{3} g r \left(\frac{G}{\frac{4}{3}\pi r^3} - s_2 \right)}{s_2 u^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + 2{,}104 \frac{r}{l}\right)}. \tag{20}$$

Diese Formeln enthalten jetzt die unmittelbar meßbaren Größen, wie dies auch bei der Reynoldsschen Zahl (6) der Fall ist. Es mußten also für die Bestimmung von Re und ψ_∞ gemessen werden:

der Kugelradius r (bzw. Durchmesser d),
das Gewicht G der Kugel,
die Kugelgeschwindigkeit u,
das spezifische Gewicht s_2 der Flüssigkeit und
die kinematische Zähigkeit ν der Flüssigkeit.

Die Funktion $L(\sigma l)$ wurde graphisch interpoliert nach den von Faxén (31) angegebenen Werten: $L(0) = 2{,}104$; $L(0{,}5) = 1{,}76$; $L(1) = 1{,}48$; $L(2) = 1{,}04$; $L(5) = 0{,}46$.

Für g wurde der Leipziger Wert 981,16 gesetzt.

Für die Größe l, die in den Theorien den Radius des zylindrischen Gefäßes bedeutet, wurde der Radius des unserem quadratischen Querschnitt (vgl. folgenden Abschnitt b) flächengleichen Kreises zugrunde gelegt. Er ergibt sich zu 14,1 cm. Auf Grund einer Abschätzung für den Einfluß der im Trog noch enthaltenen kleineren Meßvorrichtungen wurde mit $l = 14{,}0$ cm gerechnet.

b) Beschreibung von Versuchseinrichtung, Versuchen und Auswertungen

Wie bei den Arbeiten früherer Autoren wurde auch bei den vorliegenden Versuchen die Methode des freien Fallens der Kugel gewählt und der Zustand der Endgeschwindigkeit dann ausgewertet. Dabei mußte der Einfluß der Gefäßwände möglichst viel geringer gehalten werden als bei den bisherigen Arbeiten auf diesem Gebiet [Liebster (27), Schmiedel (29)]. Dies konnte nur durch Vergrößern der Gefäßausmaße erreicht werden, da für diese Zwecke brauchbare Kugeln unterhalb einer gewissen Größe nicht zu erhalten sind. Ferner mußte die Höhe des Versuchgefäßes (Troges) so bemessen sein, daß die Versuchsstrecke genügend weit ab lag von der Oberfläche und dem Trogboden, damit die schwer zu erfassenden Boden- und Deckeneinflüsse auf ein zu vernachlässigendes Mindestmaß herabgedrückt wurden.

Das Vergrößern der Ausmaße des Versuchstroges brachte die Schwierigkeit des Konstanthaltens der verwendeten Flüssigkeit (Glyzerin) in bezug auf Konsistenz und Temperatur mit sich: Wegen der starken Hygroskopie des Glyzerins durfte die freie Oberfläche nur sehr klein gehalten werden. Aus demselben Grunde

mußte von allen in die Flüssigkeit eingeführten Geräten das Glyzerin selbsttätig möglichst vollständig abgestreift werden, damit sie beim Wiedereintauchen nicht mit verwässertem Glyzerin behaftet waren. Die Temperatur sollte an jeder Stelle der Versuchsstrecke vor und nach jedem Versuch schnell nachgeprüft werden können, ohne daß dadurch Unruhe in die Flüssigkeit gebracht wurde. Unter denselben Vorsichtsmaßregeln und Bedingungen mußten jederzeit Glyzerinproben zwecks Bestimmens der kinematischen Zähigkeit und des spezifischen Gewichtes entnommen werden können. –

Teils durch die vorstehenden Betrachtungen, teils durch die Erfahrungen bei verschieden angelegten Vorversuchen (über die hier nicht berichtet werden soll) ergaben sich die Richtlinien für den Bau unserer neuen Versuchseinrichtung, von deren Einzelheiten und Wirkungsweise im folgenden ein Ausschnitt gezeigt werden soll.

1. Die Versuchströge

Die Versuche wurden in dem Versuchstrog *J* ausgeführt (Fig. 19 und 20), dessen horizontaler Querschnitt 25,0 × 25,0 cm² und dessen Höhe 100 cm betrug. Zur Auswertung kamen etwa

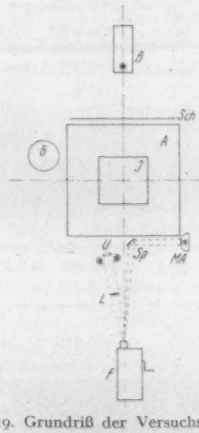


Fig. 19. Grundriß der Versuchseinrichtung.
J innerer Trog; *A* äußerer Trog; *Sch* Milchglasscheibe; *B* Bogenlampe; *MA* äußerer Maßstab; *Sp* Spiegel; *U* Uhr; *L* Lupe; *F* Filmkamera; *G* Galvanometer.

die mittleren 25 cm der Fallstrecke. Zur Verhinderung von Temperatur- und Dichteschichtung, die sich bei großen Flüssigkeitsmengen leicht ausbilden kann, da dieselben längere Beruhigungszeiten erfordern, war es nötig, den Versuchstrog in einen zweiten (Thermostaten-) Trog *A* (65 × 65 × 120 cm³) zu stellen, der mit Wasser von Zimmertemperatur gefüllt war. Durch Luftrührung (Einblasen von Luft) wurden Temperaturunterschiede im Bade ausgeglichen. Die beiden Tröge waren je mit vier Glasscheiben versehen, so daß der Fallvorgang ungehindert beobachtet und kinematographisch aufgenommen werden konnte. Der innere Trog war durch einen schwach konischen Deckel abgeschlossen, in dessen Mitte als Öffnung ein Zylinderstück von 5 cm Durchmesser und 6,5 cm Höhe angebracht war.

Bei rückwärtiger Beleuchtung des Troges durch eine Bogenlampe *B*, deren Licht auf einen Milchglasschirm *Sch* fiel, hob sich die fallende Kugel schwarz vom hellen Hintergrunde ab.

2. Die Versuchsflüssigkeit

Als Versuchsflüssigkeit diente Glyzerin in zwei Verdünnungsgraden[1]). Zum Bestimmen des spezifischen Gewichtes wurde ein gewöhnliches Pyknometer (mit Thermometer) und zum Messen der kinematischen Zähigkeit ein Vogel-Ossag-Viskosimeter mit 1/20°-Thermometern[2]) verwendet.

Das Rühren des Glyzerins wurde mit einer kreisringförmigen Rührscheibe (weißes *R* in Fig. 20, s. Tafel IV) vorgenommen; diese war an zwei vertikalen Messingstäben (schwarze *R* in Fig. 20), die durch den Trogdeckel geführt waren, befestigt. Das Rühren geschah dann durch Auf- und Abwärtsbewegen dieses Rührers. Der Durchmesser des äußeren Randes betrug 24 cm, der des inneren 6 cm. (Während der Versuche befand sich die Rührscheibe dicht unter dem Trogdeckel.)

Die Höhe des Glyzerinstandes konnte durch mehr oder weniger starkes Aufblasen von zwei Gummiballonen verändert werden. Es wurde immer so eingerichtet, daß die der Luft ausgesetzte freie Oberfläche des Glyzerins in dem kleinen Zylinderquerschnitt des Trogdeckelansatzes stand.

Zur Entnahme von Glyzerinproben (zwecks Zähigkeitsbestimmung) und zur Temperaturmessung diente folgende Einrichtung, Fig. 21, s. Tafel IV, (vgl. auch Gesamtaufnahme,

1) Zu diesem Zwecke verwendeten wir zuerst das im Handel erhältliche dünnflüssige Glyzerin ($\nu \approx 1$) und ließen es dann destillieren ($\nu \approx 6$). – Firma Oehme & Baier, Leipzig N 22, hat unser Glyzerin freundlicherweise kostenlos destilliert. Es sei ihr an dieser Stelle dafür gedankt.

2) Die 1/20°-Thermometer zu diesem Gerät hatten wir eigens für unsere Zwecke (von einer Leipziger Firma) anfertigen lassen. Die ursprünglich dem Gerät beigegebenen 1°-Thermometer genügten unseren Anforderungen nicht.

Fig. 20): In der Nähe der einen Kante (K) im inneren Trog befand sich lotrecht ein Mantelrohr M, das durch den Trogdeckel führte und auf und ab bewegt und um die eigene Achse gedreht werden konnte. In diesem Mantelrohr liefen ein Röhrchen zum Ansaugen des Glyzerins und daneben zwei Thermoelementdrähte. Unten war dieses Gerät rechtwinkelig abgebogen und reichte bis zur Trogachse. Hier endete das Röhrchen in einer nach oben gerichteten Glasspitze Gl_1 und die Drähte in der Lötperle Th_1. Mit diesem Gerät wurde der auszuwertende Teil der Fallstrecke abgetastet (d. h. Vertikalbewegungen des Gerätes wurden mit aus der Achse geschwenktem unteren Teile ausgeführt), ohne daß dadurch die Flüssigkeit in der Trogachse beunruhigt wurde. — Das (mit dem Schlauch S) angesaugte Glyzerin wurde am anderen Ende des Röhrchens mittels einer Überlaufeinrichtung in ein luftdicht schließendes Fläschchen (Gl_2 in Fig. 20) geleitet. — Die Eisstelle des Thermoelementes lag in einem Dewar-Gefäß (Th_2). Zum Ablesen der Thermoströme kam ein Hartmann & Braun-Galvanometer G zur Anwendung. Das Thermoelement war auf die Viskosimeter-Thermometer geeicht.

3. Die Fallkörper

Als Fallkörper kamen Kugellagerkugeln aus Stahl in den Größen $r = 0{,}079$ bis $0{,}238$ cm zur Verwendung. Der Durchmesser der Kugeln wurde mit einem Zeißschen Komparator, das Gewicht auf einer analytischen Waage bestimmt und die Geschwindigkeit kinematographisch festgestellt.

Um ein störungsfreies Fallen zu gewährleisten, wurden die Kugeln mittels einer elektromagnetischen Loslaßvorrichtung Fig. 22, s. Tafel IV (vgl. auch E in Fig. 20) fallen gelassen. Der Elektromagnet E war in einem Querstück Q befestigt, das längs der beiden Träger T verschoben werden konnte. Das ganze Gerät war mittels der Schrauben S auf dem Rohrstutzen des Trogdeckels befestigt. Die Kugel wurde mit dem schwenkbaren Näpfchen N unter der Glyzerinoberfläche an den Magneten gebracht, dessen Eisenkern unten mit einem Glasschuh überzogen war, damit kein remanenter Magnetismus zur Auswirkung kommen konnte. Um ein glattes Abfallen der Kugel zu gewährleisten, war der Glasschuh horizontal abgeschliffen.

Auf dem Boden des Troges stand eine Auffangvorrichtung, die mit einem Haken herausgehoben werden konnte.

4. Der Fallversuch

Der einzelne Fallversuch spielte sich in folgender Weise ab: Nachdem nach gründlichem Rühren das Glyzerin sich wieder beruhigt hatte, was wegen der hohen Zähigkeit bereits nach wenigen Minuten der Fall war (festgestellt an kleinen Unreinheiten in der Flüssigkeit), wurde die Temperatur in der Mitte der Fallstrecke und je etwa 30 cm darüber und darunter gemessen. Störende Differenzen haben sich hierbei nie ergeben. Darauf wurde eine Weile gewartet und dann die Bogenlampe eingeschaltet. Die bereits am Elektromagneten hängende und unter Glyzerin sich befindende Kugel wurde fallen gelassen und während dieses Fallvorganges zwecks Geschwindigkeitsmessung kinematographisch aufgenommen. Anschließend wurde sofort die Bogenlampe ausgeschaltet, abermals drei Temperaturmessungen wie vor dem Versuche gemacht und eine Glyzerinprobe aus der Mitte der Fallstrecke entnommen. Auch nach dem Versuche konnte nie Temperaturschichtung in der Meßstrecke oder störende Verschiedenheit gegenüber den ersten drei Temperaturmessungen beobachtet werden. Anschließend wurde sofort die Zähigkeitsmessung im Vogel-Ossag-Viskosimeter vorgenommen.

5. Wandeinflußuntersuchungen

Um direkte Vergleiche zwischen Versuchen mit sehr starkem und sehr geringem Wandeinfluß unter sonst gleichbleibenden Versuchsbedingungen zu ermöglichen, wendeten wir bei einigen Versuchen (in Tabelle IV mit a bezeichnet) folgende Anordnung an: Ein Glasrohr (Wandeinflußrohr) von 2,0 cm innerem Durchmesser wurde in der oberen Hälfte der Versuchsstrecke axial in den Trog gehängt, so daß die erste Hälfte des Fallens unter starkem Wandeinfluß im Rohre, die zweite nur unter dem Einfluß der Trogwände erfolgte. Auf Fig. 23 verläßt die Kugel gerade das Wandeinflußrohr. Vor Beginn dieser Versuche wurde das Glyzerin durch das Glasrohr nach oben gesaugt, damit im Rohre dieselbe Konsistenz des Glyzerins herrschte wie in der darunterliegenden Hälfte der Fallstrecke.

6. Die Filmbilder und ihre Auswertung (Geschwindigkeitsmessung)

Der außerhalb des Troges A (vgl. Fig. 19 und 20) lotrecht befestigte und mittels zweier Soffittenlampen durchleuchtete Glasmaßstab MA, der eine 2-mm-Teilung aufwies, wurde in das Blickfeld der Filmkamera[1]) parallel zur Fallrichtung der Kugel gespiegelt. Auf der anderen Seite des Blickfeldes wurde eine 1/100-sec-Uhr U mit aufgenommen, die durch eine vorgesetzte

1) Die zu den Filmaufnahmen verwendete Ernemann-Kamera stellte uns die Helmholtz-Gesellschaft freundlichst zur Verfügung, wofür ihr an dieser Stelle gedankt sei.

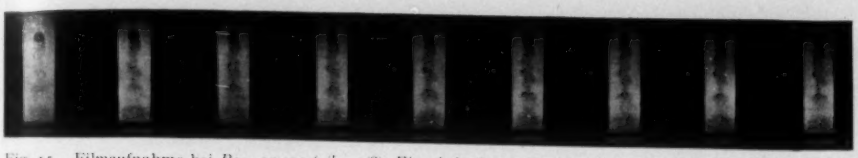


Fig. 15. Filmaufnahme bei $Re = 10400$ ($r/l = 1/8$). Eine Achsabweichung der Ballen ist kaum mehr festzustellen.

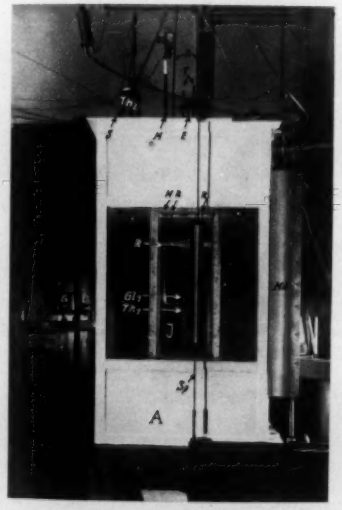


Fig. 20. Vorderansicht der Versuchseinrichtung.

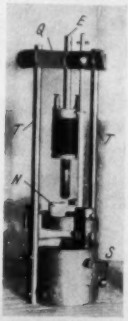


Fig. 22. Elektromagnetische Kugel-Loslaßvorrichtung.

Fig. 21. Gerät zur Entnahme von Glyzerinproben (Gl_1) und Thermoelement (Th_1).

Fig. 23. Vergrößertes Originalfilmstück mit $^1/_{100}$-sec-Uhr (links), fallender Kugel (Mitte) und Maßstab (rechts). Die Kugel verläßt gerade das Wandeinflußrohr.

Lupe L vergrößert wurde[1]). Eine Originalfilmvergrößerung stellt Fig. 23 (s. Tafel IV) dar. Sowohl das Fallen der Kugel als auch der Fortgang der Uhr ist auf den drei aufeinanderfolgenden Filmbildern gut wahrzunehmen.

Zur Auswertung des Filmes mußte der jeweilige „Standort" der Kugel, bezogen auf den Maßstab MA, festgestellt werden. Dazu bedienten wir uns des Komparators, auf dem zu diesem Zwecke ein Quertrieb befestigt war, der es gestattete, den Film in Richtung des Komparatormaßstabes einzuspannen und senkrecht zu dieser Richtung zu verschieben. Auf diese Weise wurden, von Filmbild zu Filmbild fortschreitend, die jeweiligen Standorte der Kugel ermittelt. Weiterhin wurden auf den ausgemessenen Bildern die zugehörigen Zeiten an der mitphotographierten Uhr mit einer Lupe abgelesen und daraus die Geschwindigkeit der Kugel in den einzelnen Abschnitten und somit die mittlere Geschwindigkeit über die betrachtete Fallstrecke und ihre Konstanz festgestellt.

7. Maßstabeichung

Um den Fehler zu korrigieren, der dadurch entstand, daß der Strahlengang Objektiv → Kugel durch das Wasser und Glyzerin gebrochen wurde, wohingegen dies bei dem außen angebrachten Maßstab MA nicht der Fall war, wurde auf einem kurzen Stück Filmstreifen vor der Messung ein in die Fallstrecke gehängter, dem Maßstab MA gleicher Maßstab MB aufgenommen. Auf dem Komparator konnte dann das Filmbild dieser beiden Maßstäbe ausgemessen werden, und so wurde eine Eichung des Maßstabes MA möglich. Eine solche Eichung war bei jeder Neueinstellung der Filmkamera nötig.

Die mechanischen Arbeiten wurden von Herrn Mechanikermeister Gerhard Hentsch, Leipzig, mit Interesse und Geschick vorbildlich ausgeführt. Bei den Vorbereitungen und Messungen leistete mir in selbstloser Weise Herr Carl Schildt, Leipzig, durch seine Hilfe wertvolle Dienste. Den beiden Herren sei an dieser Stelle bestens gedankt.

III. Versuchsergebnisse und Diskussion

a) Die experimentellen Ergebnisse im freien Trog – Größe der Wandeinflußkorrekturen

Die Daten der einzelnen Messungen sind in Tabelle IV und die Ergebnisse der Widerstandsmessungen in Tabelle V zusammengestellt. Die in Tabelle IV, Spalte 8, angegebenen Zähigkeitswerte für die Versuchsnummern 1–17 sind – im Sinne der Betrachtungen von S. 69 – mit einer Kapillare im Vogel-Ossag-Viskosimeter gemessen, für die aus einer Eichung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt vom Jahre 1934 ein Eichwert vorlag, der der Berechnung der Zähigkeit zugrunde gelegt wurde. Mit den gleichen Zähigkeitswerten wurden die Re-Zahlen in der Spalte 9 berechnet. Eine neuerliche Eichung der gleichen Kapillare nach Abschluß der Messungen im Jahre 1936 lieferte einen um 0,8 Proz. höheren Eichwert, mit dessen Benützung die Zähigkeiten um 0,8 Proz. erhöht und die Re-Zahlen um 0,8 Proz. erniedrigt würden. Da für eine vergleichende Wertung der Theorien an Hand der Versuche auf die am Schluß von Abschnitt I angegebene Weise ein systematischer Zähigkeitsfehler keine Rolle spielt, kann es für unseren Zweck dahingestellt bleiben, welchem der beiden Eichwerte man den Vorzug geben sollte. Außerdem wurden die Messungen Nr. 1–17 mit weitgehend konstantem Zähigkeitswert, d. h. mit sicher konstanter Eichzahl ausgeführt. Dies ist insofern noch ein Vorzug, als unter Umständen mit einer schwachen Abhängigkeit der Eichzahl von der Zähigkeit zu rechnen ist.

In Fig. 18 sind die Ergebnisse in der sonst üblichen Darstellungsweise $\psi = f(Re)$ logarithmisch aufgetragen; die Werte sind nach Faxén auf unendliches Medium umgerechnet. Eine andere Darstellung, welche die Beträge der Wandkorrekturen in übersichtlicher Weise zum Ausdruck bringt, ist die der Fig. 24 und 25, in denen $\frac{\psi Re}{24}$ in Abhängigkeit von Re in logarithmischen Koordinaten dargestellt ist. Die Ordinaten der Fig. 18 sind hierbei durch $\psi_{St} = \frac{24}{Re}$ dividiert (bzw. ihre Logarithmen sind um ψ_{St} vermindert). Außerdem sind in Fig. 24 und 25 die Ordinaten gegenüber den Abszissen zehnfach erhöht. In Fig. 24 ist das Oseensche und Goldsteinsche Gesetz eingetragen. Das Stokessche Gesetz wird durch die Horizontale $\frac{\psi Re}{24} = 1$ dargestellt (Fig. 25). Außer der Lage der Meßpunkte ist in Fig. 24 bzw. Fig. 25 dann noch die Größe der Faxénschen Korrektur F_{Fax} (Gl. 15) bzw. der Ladenburgschen Korrektur F_{Lad} (Gl. 14) ersichtlich: Von zwei durch einen senkrechten Strich miteinander verbundenen Punkten entspricht jeweils der obere, durch einen Abstrich gekennzeichnete Wert dem gemessenen ψ_{exp}, der untere, durch einen Ring dargestellte, dem nach Faxén bzw. Ladenburg umgerechneten ψ_∞. Zum Vergleiche sind auch alle von Schmiedel (29) angegebenen Werte (Dreiecke), sowie die von Liebster (27) (Quadrate) in Fig. 24 und 25 mit eingetragen.

[1]) In Fig. 20 sind Uhr, Lupe und Filmkamera im Interesse der Übersichtlichkeit nicht enthalten. Aus Fig. 19 ist jedoch die Anordnung zu ersehen.

Tabelle IV

Gemessene Versuchswerte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nr.	Kugelradius r [cm]	Wandabstandsverhältnis r/l	Kugelgewicht G [g-Gew.]	Kugelgeschwindigkeit u [cm/sec]	Spez. Gewicht der Kugel s_1 [g-Gew./cm³]	Spez. Gewicht der Flüssigkeit s_2 [g-Gew./cm³]	Kinemat. Zähigkeit ν [cm²/sec]	Reynoldssche Zahl Re	Widerstandsbeiwert ψ_{exp}	Nr.
1a	0,09937	0,099	0,03175	1,381	7,724	1,252	6,53	0,04203	704,4	1a
1b	0,09937	0,007	0,03175	1,667	7,724	1,252	6,53	0,05074	483,5	1b
2	0,11912	0,009	0,05483	2,386	7,743	1,252	6,57	0,0865	283,7	2
3a	0,11912	0,119	0,05483	1,906	7,743	1,252	6,54	0,0694	444,6	3a
3b	0,11912	0,009	0,05483	2,420	7,743	1,252	6,54	0,0882	275,8	3b
4	0,12490	0,009	0,06320	2,630	7,745	1,252	6,57	0,1000	244,9	4
5a	0,12490	0,125	0,06320	2,067	7,745	1,252	6,54	0,0789	396,5	5a
5b	0,12490	0,009	0,06320	2,639	7,745	1,252	6,54	0,1008	243,2	5b
6	0,14992	0,011	0,10946	3,732	7,755	1,252	6,57	0,1703	146,2	6
7a	0,14992	0,150	0,10946	2,800	7,755	1,252	6,54	0,1284	259,8	7a
7b	0,14992	0,011	0,10946	3,773	7,755	1,252	6,54	0,1730	143,1	7b
8	0,15864	0,011	0,12989	4,175	7,768	1,252	6,57	0,2016	123,9	8
9a	0,15864	0,159	0,12989	3,069	7,768	1,252	6,54	0,1489	229,2	9a
9b	0,15864	0,011	0,12989	4,215	7,768	1,252	6,54	0,2038	122,4	9b
10	0,17514	0,013	0,17447	5,04	7,753	1,252	6,57	0,2687	93,64	10
11a	0,17514	0,175	0,17447	3,579	7,753	1,252	6,545	0,1915	185,3	11a
11b	0,17514	0,013	0,17447	5,14	7,753	1,252	6,545	0,2751	90,04	11b
12	0,19840	0,014	0,25370	6,37	7,755	1,252	6,57	0,3847	66,42	12
13a	0,19840	0,198	0,25370	4,275	7,755	1,252	6,55	0,2590	147,5	13a
13b	0,19840	0,014	0,25370	6,46	7,755	1,252	6,55	0,3914	64,59	13b
14	0,22524	0,016	0,37139	8,09	7,758	1,252	6,57	0,5547	46,78	14
15a	0,22524	0,225	0,37139	5,11	7,758	1,252	6,55	0,3514	117,2	15a
15b	0,22524	0,016	0,37139	8,13	7,758	1,252	6,55	0,5592	46,32	15b
16	0,23806	0,017	0,43826	8,92	7,756	1,252	6,57	0,6464	40,65	16
17a	0,23806	0,238	0,43826	5,47	7,756	1,252	6,55	0,3976	108,1	17a
17b	0,23806	0,017	0,43826	8,93	7,756	1,252	6,55	0,6491	40,56	17b
18a	0,07959	0,080	0,01632	5,47	7,728	1,223	1,129	0,7712	37,00	18a
18b	0,07959	0,006	0,01632	5,95	7,728	1,223	1,129	0,8389	31,27	18b
19	0,07873	0,006	0,01595	6,96	7,804	1,222	0,937	1,169	22,91	19
20	0,07959	0,006	0,01632	7,30	7,728	1,221	0,906	1,282	20,82	20
21	0,09943	0,007	0,03179	8,68	7,718	1,223	1,150	1,501	18,33	21
22a	0,09939	0,099	0,03172	8,18	7,714	1,223	1,100	1,478	20,62	22a
22b	0,09939	0,007	0,03172	8,87	7,714	1,223	1,100	1,603	17,54	22b

In Tabelle V sind die Ergebnisse der im freien Trog gemessenen Werte zusammengestellt. Diese seien im folgenden „b-Werte" genannt[1]), im Gegensatz zu den im Wandeinflußrohr gemessenen „a-Werten".

Die Faxénsche Korrektur F_{Fax} der im freien Troge gemessenen b-Werte (Tabelle V, Sp. 6) fällt bei den Messungen Nr. 1 bis 17 ($Re = 0{,}05$ bis 0,6) mit steigender Reynoldsscher Zahl (wachsender Kugelgröße bei denselben Gefäßausmaßen und gleicher kinematischer Zähigkeit ν) von 0,81 auf 0,44 Proz. der gemesenen ψ_{exp}. Bei den Messungen Nr. 18 bis 22 ($Re = 0{,}8$ bis 1,6) macht sie nur 0,03 und 0,02 Proz. aus. Die entsprechenden Ladenburgschen Korrekturen betragen für diese beiden Bereiche 1,49 bis 3,57 bzw. 1,18 bis 1,49 Proz. (Spalte 8).

1) Unter „b-Werten" seien auch allgemein die ohne Buchstaben bezeichneten Messungen Nr. 2, 4, 6ff. in Tabelle V verstanden, da auch diese Werte im freien Trog (jedoch gänzlich ohne Wandeinflußrohr) gemessen worden sind.

Tabelle V

Vergleich der Versuchsergebnisse und der auf unendliches Medium umgerechneten Widerstandsbeiwerte mit den Theorien

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Nr.	Re	r/l	ψ_{exp}	$\psi_{\infty Fax}$	$\frac{\psi_{exp}-\psi_{\infty Fax}}{\psi_{\infty Fax}}$ (Proz.)	$\psi_{\infty Lad}$	$\frac{\psi_{exp}-\psi_{\infty Lad}}{\psi_{\infty Lad}}$ (Proz.)	ψ_{St}	ψ_{Os}	ψ_{Go}	$\frac{\psi_{Os}-\psi_{St}}{\psi_{St}}$ (Proz.)	$\frac{\psi_{Go}-\psi_{St}}{\psi_{St}}$ (Proz.)	Nr.
1b	0,05074	0,0071	483,5	479,6	0,81	476,4	1,49	473,0	477,5	477,5	0,95	0,95	1b
2	0,0865	0,0085	283,7	281,6	0,75	278,8	1,79	277,4	281,9	281,9	1,62	1,61	2
3b	0,0882	0,0085	275,8	273,8	0,74	271,0	1,79	272,2	276,7	276,7	1,65	1,64	3b
4	0,1000	0,0089	244,9	243,1	0,73	240,4	1,87	240,0	244,5	244,5	1,87	1,86	4
5b	0,1008	0,0089	243,2	241,5	0,73	238,8	1,87	238,1	242,6	242,6	1,89	1,88	5b
6	0,1703	0,0107	146,2	145,3	0,65	143,0	2,25	140,9	145,4	145,4	3,19	3,15	6
7b	0,1730	0,0107	143,1	142,2	0,64	139,9	2,25	138,7	143,2	143,2	3,24	3,20	7b
8	0,2016	0,0113	123,9	123,1	0,62	121,0	2,37	119,0	123,5	123,5	3,78	3,72	8
9b	0,2038	0,0113	122,4	121,7	0,61	119,6	2,37	117,8	122,3	122,2	3,82	3,76	9b
10	0,2687	0,0125	93,64	93,11	0,57	91,24	2,63	89,32	93,82	93,73	5,04	4,94	10
11b	0,2751	0,0125	90,04	89,54	0,56	87,73	2,63	87,24	91,74	91,65	5,16	5,05	11b
12	0,3847	0,0142	66,42	66,08	0,51	64,50	2,98	62,38	66,88	66,76	7,21	7,01	12
13b	0,3914	0,0142	64,59	64,27	0,50	62,72	2,98	61,33	65,83	65,70	7,34	7,13	13b
14	0,5547	0,0161	46,78	46,56	0,46	45,25	3,38	43,27	47,77	47,59	10,40	10,00	14
15b	0,5592	0,0161	46,32	46,11	0,45	44,81	3,38	42,92	47,42	47,25	10,48	10,07	15b
16	0,6464	0,0170	40,65	40,47	0,44	39,24	3,57	37,13	41,63	41,43	12,12	11,58	16
17b	0,6491	0,0170	40,56	40,38	0,44	39,16	3,57	36,97	41,47	41,27	12,17	11,63	17b
18b	0,8389	0,0057	31,27	31,26	0,03	30,90	1,19	28,61	33,11	32,86	15,73	14,85	18b
19	1,169	0,0056	22,91	22,90	0,02	22,64	1,18	20,53	25,03	24,70	21,92	20,33	19
20	1,282	0,0057	20,82	20,81	0,02	20,57	1,19	18,72	23,22	22,87	24,03	22,16	20
21	1,501	0,0071	18,33	18,33	0,03	18,06	1,49	15,99	20,49	20,10	28,14	25,69	21
22b	1,603	0,0071	17,54	17,53	0,03	17,28	1,49	14,97	19,47	19,06	30,05	27,32	22b

Bei den Schmiedelschen Messungen dagegen beträgt im Bereiche $Re = 0{,}05$ bis 1,5 die Größe der Faxénschen Korrektur 3,6 bis 1,0 Proz., bei einer anderen Versuchsreihe zwischen 6,1 und 8,2 Proz. der gemessenen ψ_{exp}. Die günstigsten Schmiedelschen Werte weisen einen etwa dreifachen Wandeinfluß auf gegenüber unseren Messungen in gleichen Bereichen. Die Wandkorrekturen der Schmiedelschen Messungen sind bei den kleinen Re-Werten vielfach erheblich größer als der Unterschied der Theorien ($\psi_{Os} - \psi_{St}$). Unsere Messungen dagegen weisen nur bei dem niedrigsten Werte (Nr. 1b, $Re = 0{,}05$) einen Wandeinfluß von annähernd $\psi_{Os} - \psi_{St}$ auf, bei größeren Re nur noch geringe Bruchteile davon (Tabelle V, Spalte 6, 12 u. 13; Fig. 24).

Die bei kleinen Re wenigen Messungen von Liebster weisen ebenfalls höhere Korrekturen und außerdem erheblich größere Streuungen auf als unsere Messungen.

Aus Fig. 25 ist ferner ersichtlich, daß auch bei Berechnung nach Stokes-Ladenburg unsere Messungen gegenüber früheren erheblich kleinere Wandeinflußkorrekturen enthalten.

b) Die Meßgenauigkeit

Der mittlere (quadratische) Fehler der Kugeldurchmesserbestimmung betrug je nach Kugelgröße zwischen $\pm$ 0,007 und 0,034 Proz. des Kugeldurchmessers. Für das Gewicht der Kugeln ergab sich ein mittlerer Fehler von $\pm$ 0,001 bis 0,025 Proz. Der mittlere Fehler der Bestimmung des spezifischen Gewichtes des Glyzerins lag unter $\pm$ 0,01 Proz.

Die exakte Berechnung des mittleren Fehlers für die Zähigkeit des Glyzerins leidet unter der Schwierigkeit einer konstanten Temperatureinhaltung im Meßgerät und unter dem starken Temperaturkoeffizienten des Glyzerins. Jedoch läßt sich aus der Streuung der jeweils aufgenommenen Zähigkeits-Temperatur-Kurven auf einen mittleren Fehler von etwa $\pm$ 0,4 Proz. schließen. Hierin ist der auf S. 69 und S. 73 genannte mögliche systematische Fehler (aus dem Eichwert der Kapillare) nicht enthalten.

Der mittlere Fehler der Geschwindigkeitsmessung ist wesentlich von der Länge der benützten Fallstrecke abhängig und schwankt zwischen $\pm$ 0,1 und 0,8 Proz. Im Mittel ergibt er sich zu $\pm$ 0,4 Proz.

Aus diesen mittleren Fehlern der verschiedenen in das Ergebnis eingehenden Größen ergibt sich als mittlerer Fehler für einen ψ-Wert: $\pm$ 0,7 Proz., für einen Re-Wert: $\pm$ 0,6 Proz. Andererseits läßt sich auch aus der Verteilung der ψ-Werte um deren Mittelkurve ein mittlerer

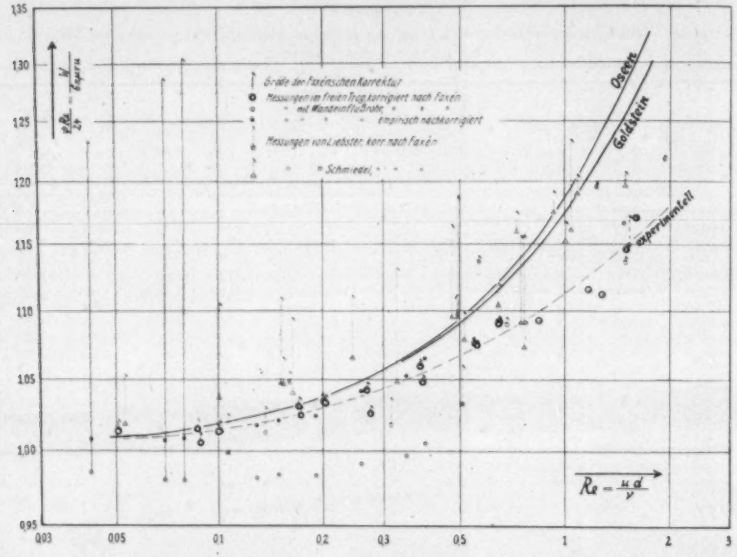


Fig. 24. Versuchsergebnisse, nach Faxén auf unendliches Medium umgerechnet:

$$\log \frac{\psi\, Re}{24} \text{ über } \log Re \text{ aufgetragen.}$$

Die theoretischen Kurven nach Oseen und Goldstein sind zum Vergleich eingezeichnet.

Fehler bestimmen. Für die nach Faxén korrigierten ψ-Werte (Fig. 18 und 24) ergibt sich so für einen ψ-Wert ein mittlerer Fehler von $\pm$ 0,8 Proz. der mit dem vorher berechneten in guter Übereinstimmung steht.

c) Diskussion

Wie auf S. 73 angegeben, wurden die Berechnungen der ν- und Re-Werte für die Messungen 1 bis 17 unter Zugrundelegung eines Eichwertes der Kapillare durchgeführt, an dessen Stelle eine spätere Eichung einen um 0,8 Proz. höheren Wert lieferte. Die betreffenden Re-Werte sind auch den Darstellungen Fig. 18, 24, 25 zugrunde gelegt. Die Zähigkeitsmessungen für die Versuchsnummern 18 bis 22 (Re = 0,8 bis 1,6) wurden mit einer anderen Kapillare durchgeführt, für die nur eine Eichung vorlag. In Anbetracht der höheren Re-Werte sollen diese letzteren Versuche bei der Diskussion außer Betracht bleiben.

Wie bereits in Abschnitt I (S. 69) auseinandergesetzt, muß man wegen des geringen Unterschieds zwischen den Werten nach der Stokesschen und Oseenschen Theorie bei ihrer vergleichenden Wertung an Hand der Versuche auf einen möglichen systematischen Fehler der experimentellen Größen sorgfältig Rücksicht nehmen. Einen augenfälligen Beweis hierfür liefert die Differenz zwischen den beiden Eichwerten der Kapillaren (S. 73). Die in Fig. 24 und 25 benützte Eichung würde — als richtig vorausgesetzt — im Bereiche Re = 0,05 bis 0,1 eine etwas bessere Übereinstimmung der ψ-Werte der Versuche mit Stokes, im Bereiche Re = 0,1 bis 0,5 eine entschiedene Überlegenheit von Oseen liefern. Demgegenüber würde unter Zugrundelegung des zweiten Eichwertes im ganzen Bereiche Stokes besser zu den Versuchen stimmen. Hierbei liegen jedoch die experimentellen ψ-Werte unterhalb des Stokesschen Wertes, was unwahrscheinlich ist. Jedenfalls sieht man hieraus den bedenklichen Einfluß der Unsicherheit in der Zähigkeitsmessung auf die Gesamtbeurteilung. Deswegen beschränken wir uns auf einen Vergleich des Kurvenverlaufs nach Theorie und Experiment, der von systematischen Zähigkeitsfehlern unabhängig ist und in Ab-

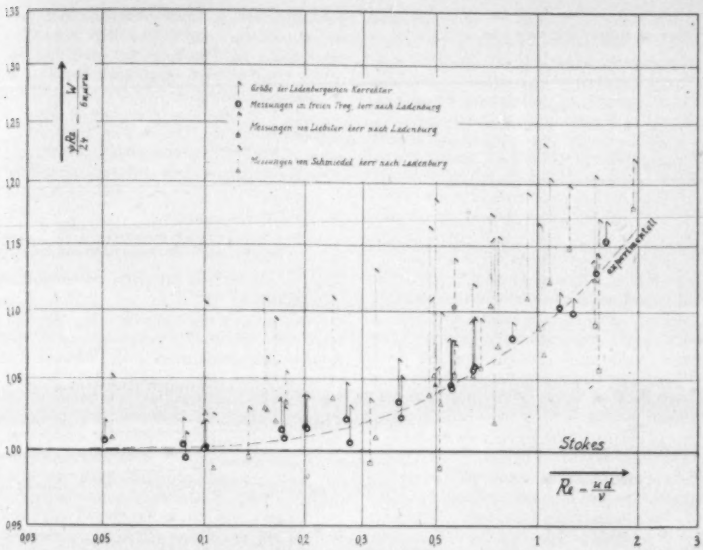


Fig. 25. Versuchsergebnisse, nach Ladenburg auf unendliches Medium umgerechnet: $\log\left(\frac{\psi Re}{24}\right)$ über $\log Re$ aufgetragen.

Die Abszissenachse stellt das Stokessche Gesetz dar.

schnitt I auseinandergesetzt wurde (S. 69). Wir benötigen dazu den Differentialquotienten $\frac{d(\psi Re)}{dRe}$, der nach der Stokesschen Theorie den konstanten Wert Null, nach Oseen 4,5 annimmt (Gl. 8′ und 9′). Zur Ermittelung des experimentellen Wertes für $\frac{d(\psi Re)}{dRe}$ sind in Fig. 26 die Versuchswerte für ψRe in Abhängigkeit von Re in einem nicht logarithmischen Koordinatensystem aufgetragen, und zwar als Kreise die nach Ladenburg und als Kreuze die nach Faxén auf unendliches Medium umgerechneten Werte. Ferner ist eingetragen das Stokessche Gesetz [Horizontale $\psi Re = 24$ (nach Gl. 18)] und das Oseensche Gesetz [durch den Punkt (0, 24) führende, mit der Neigung 4,5 verlaufende Gerade (nach Gl. 9)]. Durch die Versuchswerte wurde je eine möglichst glatt verlaufende Mittelkurve gelegt.

Für diese beiden experimentellen Kurven wurden nun die Tangenten ermittelt, in Fig. 27 über Re aufgetragen und durch je einen Kurvenzug verbunden (bezeichnet „Faxén" und „Ladenburg"). Außerdem sind hier noch Stokes und Oseen als Horizontale durch Null bzw. 4,5 und die mit der letzteren annähernd zusammenfallende Goldsteinsche Kurve eingetragen. Die nach Oseen und Stokes geforderte Konstanz für $\frac{d(\psi Re)}{dRe}$ ist in den eingezeichneten Versuchskurven nicht erfüllt. Dies mag z. T. in einer gewissen Willkür beim Durchlegen der Mittelkurven in Fig. 26 begründet sein. Im Mittel liegt die nach Faxén umgerechnete Kurve (Fig. 27) dem Oseenschen Gesetz wesentlich näher als die nach Ladenburg umgerechnete dem Stokesschen Gesetz. Hiernach würde man bereits der Oseenschen Theorie den Vorzug geben.

Noch günstiger fällt der Vergleich für Oseen aus, wenn man statt der Tangente $\frac{d(\psi Re)}{dRe}$ den Winkelwert $\operatorname{arctg}\frac{d(\psi Re)}{dRe}$ dem Vergleich zugrunde legt, der den beiden Forderungen der Unabhängigkeit von systematischen Zähigkeitsfehlern und der Unempfindlichkeit gegen Re (in der Abszisse) in gleicher Weise Rechnung trägt.

Die entsprechenden Winkelwerte $\operatorname{arctg} \frac{d(\psi Re)}{dRe}$ sind in Fig. 28 in Abhängigkeit von Re aufgetragen. Hier ergibt sich gegenüber Stokes eine Abweichung der experimentellen Kurve (Stokes-Ladenburg) um 67°, gegenüber Oseen eine Abweichung der experimentellen Kurve (Oseen-Faxén) um nur 4°.

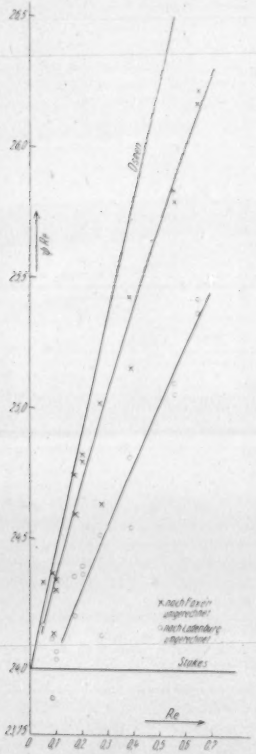


Fig. 26. Versuchsergebnisse, nach Faxén und Ladenburg auf unendliches Medium umgerechnet: ψRe über Re aufgetragen.
Die Gesetze von Stokes und Oseen sind mit eingezeichnet.

Sieht man in dem hiermit durchgeführten Vergleich eine genügende Unterlage für eine Wertung der beiden Theorien gegeneinander, so wird man nach der geschilderten Darstellung der Ergebnisse der Oseenschen Theorie entschieden den Vorzug zu geben haben. Man verzichtet dabei zwar auf den völligen Vergleich der ψ-Werte selbst und somit auf eine völlige Ausschöpfung des Inhalts der Theorien, hat aber den Vorteil, einen unbekannten systematischen Meßfehler ausgeschaltet zu haben.

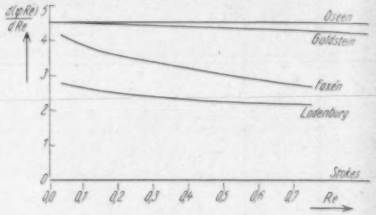


Fig. 27. Tangentenwerte $\frac{d(\psi Re)}{dRe}$ der Fig. 26 über Re aufgetragen (Differentiation).

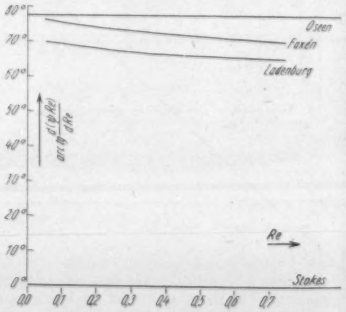


Fig. 28. Winkelwerte $\operatorname{arctg} \frac{d(\psi Re)}{dRe}$ der Fig. 26 über Re aufgetragen.

Über den Einfluß des Bodens und der Decke des Gefäßes besteht eine auf den Stokesschen Gleichungen aufgebaute Theorie von Ladenburg (30b), wonach der Widerstandsbeiwert im mittleren Drittel des Gefäßes

$$\psi_{\mathrm{Lad}} = \frac{24}{Re}\left(1 + 3{,}3\,\frac{r}{h}\right)$$

bzw.

$$\psi_{\infty\mathrm{Lad}} = \frac{\psi_{\mathrm{exp}}}{1 + 3{,}3\,\frac{r}{h}} \qquad (21)$$

beträgt (h = Abstand Decke—Boden). Diese Korrektur darf ihrer Herleitung nach nur an den nach Stokes-Ladenburg umgerechneten Werten angebracht werden. Eine entsprechende Berechnung des Boden- und Deckeneinflusses auf

Grund der Oseenschen Theorie ist nicht vorhanden. Man wird jedoch annehmen dürfen, daß er wie bei Ladenburg etwa von der Größenordnung $^1/_3$ der Wandkorrektur ist. Unter dieser Voraussetzung wird das allgemeine Bild der Fig. 27 und 28 sich nicht grundsätzlich ändern, und damit werden auch die daraus soeben gezogenen Schlüsse hinsichtlich der Gegenüberstellung der Stokesschen und Oseenschen Theorie unverändert bleiben.

d) Ergänzende Messungen bei besonders hohem Wandeinfluß

Im folgenden wird noch über einige Messungen berichtet, die nicht der Gegenüberstellung Stokes—Oseen gelten, sondern sich allein auf die Wandkorrekturen beziehen. Während nämlich bei den bisher betrachteten Messungen („b-Werten", vgl. Fußn. 1 S. 74 aus den in Abschnitt I kenntlich gemachten Gründen der Wandeinfluß mit Vorbedacht klein gehalten wurde, wurden zur Ergänzung als Gegenstück umgekehrt auch Messungen mit besonders hohem Wandeinfluß ausgeführt („a-Werte"; über die betr. Versuchsanordnung s. S. 72 vgl. auch Tabelle IV). Die Beträge der hier angesetzten Korrekturen lagen in der Größe des 30- bis 180-fachen gegenüber den Korrekturen im freien Trog. Die korrigierten Werte für ψ_∞ im Wandeinflußrohr (a-Werte) liegen im Bereich bis $Re = 0{,}5$ um 2 bis 5 Proz. unter der Mittelkurve der Werte im freien Trog (b-Werte). Hierfür kann ein systematischer Zähigkeitsfehler nicht verantwortlich gemacht werden, der ja in die a- und b-Werte gleichermaßen eingehen würde.

Um die a-Werte mit den b-Werten in Einklang zu bringen, zeigt es sich, daß man den Faxénschen Korrekturfaktor F_{Fax} in die 0,9. Potenz zu erheben hat:

$$\psi^*_\infty = \psi_{\mathrm{exp}} \cdot F^* = \psi_{\mathrm{exp}} \cdot F_{\mathrm{Fax}}^{0{,}9}. \qquad (22)$$

In Fig. 24 sind die a-Werte durch kleinere Kreise dargestellt. Die entsprechend berechneten Werte ψ^*_∞ sind durch ausgefüllte kleine Kreise gekennzeichnet. Diese nachkorrigierten a-Werte liegen gut an der Mittelkurve der b-Werte.

Eine Begründung für die beobachtete systematische Abweichung der a-Werte können wir nicht angeben. Man mag jedoch darin eine weitere Rechtfertigung für den der Arbeit zugrunde liegenden Gedanken sehen, mit möglichst geringen Korrekturen zu arbeiten.

IV. Zusammenfassung des II. Teiles

Eine experimentelle Prüfung der Stokesschen und der Oseenschen Theorie für den Widerstand einer Kugel in reibender Flüssigkeit bei kleinen Reynoldsschen Zahlen enthält notwendig die Berücksichtigung des Wandeinflusses, der in früheren Untersuchungen verhältnismäßig groß war. Demgegenüber wurde er in der vorliegenden Arbeit möglichst klein gehalten. Um den Einfluß eines möglichen systematischen Meßfehlers von $^1/_2$ bis 1 Proz. in der Zähigkeit auszuschalten, der wegen der starken Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes ψ von der Re-Zahl bedenklich erscheint, wurde der Vergleich mit den Theorien auf den Wert $\frac{d(\psi Re)}{d Re}$ gegründet, der einerseits nach den Theorien von Re unabhängig und andererseits, versuchsmäßig bestimmt, bei konstantem Fehlerfaktor der Zähigkeitsmessung von der Zähigkeit unabhängig ist. Die so ausgewerteten versuchsmäßigen Ergebnisse zeigen im Bereiche $Re < 0{,}6$ wesentlich bessere Übereinstimmung mit der Oseenschen Theorie.

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor Dr. L. Schiller, unter dessen Leitung ich die vorliegenden beiden Arbeiten im Physikalischen Institut der Universität Leipzig (Abteilung für angewandte Mechanik und Thermodynamik) ausführte, gebührt mein aufrichtigster Dank für die Anregung zu diesen Arbeiten, für sein stetes Interesse, das er dem Fortgang der Versuche widmete und für seinen wertvollen Rat, mit dem er die Arbeiten förderte.

Auch möchte ich Herrn Dr. A. Naumann herzlichst danken für sein großes Interesse, das er stets meinen Arbeiten entgegenbrachte und für seine Hilfsbereitschaft, mit der er mir oft zur Seite stand.

Literaturverzeichnis

I. Teil

1) Leonardo da Vinci. Neuausgabe von Carusi und Favaro. Bologna 1923. Vgl. Wien-Harms, Handb. d. Exp.-Phys. IV, 2 (Aufsatz Flachsbart). Akad. Verl.-Ges., Leipzig 1932.
2) V. Strouhal, Wied. Ann. (3) **5**, 216—251, 1878.
3) Henri Bénard, Comptes Rendus **147**, 839 bis 842, 970—972, 1908; **156**, 1003—1005, 1225 bis 1228, 1913.
4) Th. v. Kármán, Gött. Nachr. 1911, 509 bis 517; 1912, 547—556; Th. v. Kármán und Rubach, Physik. Zeitschr. **13**, 49—59, 1912.
5) H. Levy and A. G. Forsdyke, a) Proc. Roy. Soc. Lond. (A) **114**, 594—604, 1927; b) Proc. Roy. Soc. Lond. (A) **116**, 352—379, 1927.
6) Harold Jeffreys, Proc. Roy. Soc. Lond. (A) **128**, 376—393, 1930.
7) G. Lampariello, Linc. Rend. (6) **15**, 432 bis 436, 1932.
8) H. Levy and A. G. Forsdyke, Proc. Roy. Soc. Lond. (A) **120**, 670—690, 1928.

9) J. Schmiedel, Physik. Zeitschr. **29**, 593–610, 1928.
10) H. F. Winny, Aer. Res. Com. Rep. Nr. 1531, 1–14, 1932/33.
11) Th. v. Kármán, Vorträge a. d. Geb. d. Hydro- u. Aerodynamik, Innsbruck 1922, 136–138. J. Springer, Berlin 1924. — Hans Ermisch, Abh. d. Aer. Inst. Aachen, Heft 6, 18–50, 1927.
12) A. Koch et Ch. Chartier, Compt. Rend. **200**, 1178–1181, 1935.
13) D. Marshall and T. E. Stanton, Proc. Roy. Soc. Lond. (A) **130**, 295–301, 1931; T. E. Stanton and D. Marshall, Aer. Res. Com. Rep. Nr. 1358, 1930/32. Anhang hierzu von L. Rosenhead.
14) P. Dupin et M. Teissié-Solier, Compt. Rend. **195**, 1226–1228, 1932.
15) L. Schiller, Stockholmer Vorträge 1930, **1**, 226–233.
16) A. Naumann, Forsch. a. d. Geb. d. Ing.-Wes. **2**, 85–98, 1931.
17) H. Kurzweg, Ann. (5) **18**, 193–216, 1933.
18) H. Levy, Phil. Mag. (7) **2**, 844–851, 1926.

II. Teil.

19) Wien-Harms, Handb. d. Exp.-Phys. IV, 1, S. 68f. Akad. Verl.-Ges., Leipzig 1931.
20) G. G. Stokes, Trans. Cambr. Phil. Soc. **9**, 8, 1850. — Auch Papers III, 55–62.
21) C. W. Oseen, Ark. f. mat., astr. o. fys. **6**, 1–20, 1910 (Nr. 29); **7**, 1–36, 1911 (Nr. 12); **9**, 1–15, 1913 (Nr. 16). — Auch: C. W. Oseen, Neuere Methoden und Ergebnisse in der Hydrodynamik. Akad. Verl.-Ges., Leipzig 1927.
22) Sidney Goldstein, Proc. Roy. Soc. Lond. (A) **123**, 216–235, 1929.
23) H. S. Allen, Phil. Mag. (5) **50**, 323–338, 1900.
24) John Zeleny und L. W. McKeehan, Physik. Zeitschr. **11**, 78–93, 1910.
25) H. D. Arnold, Phil. Mag. (6) **22**, 755–775, 1911.
26) H. Liebster und L. Schiller, Physik. Zeitschr. **25**, 670–672, 1924.
27) H. Liebster, Über den Widerstand von Kugeln. Diss. Leipzig 1923. — Auch: Ann. (4) **82**, 541–562, 1927.
28) Castleman, Techn. Notes, U. S. Nat. Advis. Com. f. Aeron. Nr. 231, 1926.
29) J. Schmiedel, Physik. Zeitschr. **29**, 593–610, 1928.
30) R. Ladenburg, a) Ann. (4) **22**, 287–309, 1907; b) Ann. (4) **23**, 447–458, 1907.
31) H. Faxén, Einwirkung der Gefäßwände auf den Widerstand gegen die Bewegung einer kleinen Kugel in einer zähen Flüssigkeit. Diss. Upsala 1921. — Ark. f. mat., astr. o. fys. **17**, 1–28, 1923 (Nr. 27).

Leipzig, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 22. Juli 1937)

Die Struktur der Rayleighstrahlung von Flüssigkeiten.

Von Karl Birus[1]).

Mit Tafel V

Inhaltsverzeichnis

I. Einführung.
1. Einleitung.
2. Der Depolarisationsgrad.
3. Feinstrukturmessungen.
4. Die Verbreiterung.
II. Versuche, Anordnung und Methodik.
1. Strahlengang.
2. Reinigungsverfahren.
3. Stufengitter.
4. Lichtquelle.
5. Ergebnisse: Toluol.
6. Ergebnisse: Alkohol, Wasser.
III. Deutung der Ergebnisse.

I. Einführung.

Die Rayleighstrahlung von Flüssigkeiten ist bisher hauptsächlich von drei Gesichtspunkten aus untersucht worden. Schon bald nachdem Martin (13) bewiesen hatte, daß wirklich nicht nur Staub und Schwebeteilchen, sondern auch die reinen Flüssigkeiten Streulicht aussenden, wurde außer der Intensität der Depolarisationsgrad für verschiedene Stoffe bestimmt. Für Gase und Dämpfe war dafür eine besondere Versuchsmethodik (Gans, Cabannes; siehe z. B. „La diffusion moléculaire de la lumière", Paris 1929) entwickelt worden; die damit erzielten Ergebnisse, im Zusammenhang mit den Kerreffektsmessungen, hatten Anlaß gegeben, die Einzelmoleküle im allgemeinen als optisch nicht isotrop zu betrachten und ihnen ein Polarisationsellipsoid zuzuordnen. Quantitative Auswertung führte, unter Berücksichtigung des Dipolmomentes, direkt zur Berechnung der Anisotropiekonstanten, also der Quadratsumme der Halbachsendifferenzen dieses Ellipsoids, dessen Halbachsenquadratsumme der mittleren Polarisierbarkeit und damit der Molrefraktion proportional ist.

Beim Übergang zum flüssigen Zustand steigt nun der Depolarisationsgrad im allgemeinen auf das Mehrfache des Dampfwertes und wird außerdem temperaturabhängig. Durch den Ramaneffekt kann diese Steigerung nicht verursacht sein, denn auf die verschobenen Linien entfallen stets nur wenige Prozent der Gesamtintensität des Streulichtes, die also nur zur Erklärung extrem kleiner Depolarisationsgrade, wie etwa von CCl_4, herangezogen werden könnten (4). Auch ein Versuch, der Veränderung des am Molekül angreifenden „inneren" Feldes gegenüber dem Dampfzustand, durch Berücksichtigung der unmittelbaren

1) Leipziger Dissertation.

Raumausfüllung der Moleküle, Rechnung zu tragen, führte zu keinem befriedigenden Ergebnis (19).

Immerhin läßt sich die Erscheinung qualitativ etwa so verstehen: Die Streustrahlung besteht im wesentlichen aus zwei verschiedenartigen Anteilen: dem „Dichteschwankungsstreulicht", das bei Beobachtung senkrecht zur Einstrahlungsrichtung vollkommen linear polarisiert ist und dessen Intensität durch das Produkt $T\beta\varrho^2$ ($T \doteq$ absolute Temperatur, $\beta =$ Kompressibilität, $\varrho =$ Dichte) bestimmt wird (28); und der depolarisierten „Anisotropiestrahlung", die nur auftritt, wenn die Polarisierbarkeit der am Streuvorgang beteiligten Moleküle nicht kugelsymmetrisch ist. Deren Intensität ist dann der Zahl dieser Moleküle, also der Dichte, und ihrer Anisotropie (Quadratsumme der Halbachsendifferenzen des Polarisierbarkeitsellipsoids) proportional. Der Depolarisationsgrad dieses Anteils ist $^6/_7$, wenn das Primärlicht natürlich ist, $^3/_4$ bzw. 1, wenn es linear polarisiert ist (elektrischer Vektor $\perp$ bzw. $\parallel$ zur Beobachtungsrichtung).

Für ein (ideales) Gas ist auch das Produkt $T\beta\varrho^2$ der Dichte proportional, für ein inkompressibles Kristallgitter verschwindet es. Bei Flüssigkeiten liegt sein Wert zwischen diesen beiden Grenzen. Wenn β und ϱ bekannt sind, kann das Verhältnis der beiden Strahlungsanteile und daraus die Depolarisation berechnet werden. Jedoch sind die — unter der Annahme, daß die Anisotropiestrahlung auch im flüssigen Zustande der Dichte proportional ist — erhaltenen Depolarisationsgrade zu hoch und stimmen erst bei Annäherung an den kritischen Punkt mit den gemessenen überein. Das deutet darauf hin, daß in der Flüssigkeit auch die Anisotropiestrahlung nicht mehr der Dichte proportional ist, sondern durch Behinderung der freien Einstellbarkeit geschwächt wird (29).

Der zweite Kreis von Untersuchungen knüpft an die Voraussage Brillouins (3) an, daß eine Spektrallinie durch den Streuprozeß in ein Dublett mit

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \pm 2\frac{v \cdot n}{c} \sin\frac{\vartheta}{2}$$

$v =$ Schallgeschwindigkeit
$c =$ Vakuumlichtgeschwindigkeit
$n =$ Brechungsindex

aufgespaltet (bei normalen Flüssigkeiten $\Delta\lambda \sim {}^1/_{20}$ ÅE), daß das Streulicht also die Primärfrequenz gar nicht enthalten sollte[1]). Debye (5) hatte, zur Erklärung des Verlaufes der spezifischen Wärme bei tiefen Temperaturen, die Vorstellung der sog. Wärmewellen eingeführt. Die gesamte thermische Bewegung in einem festen Körper, also auch die lokalen Dichteschwankungen, in denen sie sich äußert, lassen sich darstellen als Überlagerung von $3N$ stehenden elastischen Wellen (Schallwellen) mit der Frequenzdichte N^2 (Frequenz der elastischen Wellen $N < N_{max}$, $N =$ Atom- bzw. Molekülzahl). Das Streulicht entsteht dann, nach Brillouin, durch Reflexion an den Ebenen dieser Wellen, die ja senkrecht zum Gradienten von Dichte und Brechungsindex liegen. Wird der einfallende Strahl an genügend vielen Ebenen gleicher Phase reflektiert, so tritt durch Interferenz Auslöschung ein. Nur wenn zwischen Lichtwellenlänge $\frac{1}{n}\lambda = \lambda'$ ($n =$ Brechungsindex), Beobachtungswinkel ϑ und Gitterkonstante (Schallwellenlänge Λ) die Braggsche Bedingung erfüllt ist:

$$2\Lambda \cdot \sin\frac{\vartheta}{2} = \frac{\lambda}{n} = \lambda',$$

also — wenn Lichtwellenlänge und Beobachtungswinkel festgelegt sind — nur durch Reflexion an Wärmewellen der Frequenz $\frac{v}{\Lambda} = N$ (oder einer nahezu gleichen), kann ein Streustrahl von beobachtbarer Intensität zustande kommen. Da er jedoch einem Brechungsindexgradienten seine Entstehung verdankt, der selber pro Sekunde Nmal entsteht und verschwindet, spaltet er durch Modulation auf in das anfangs erwähnte Dublett. An der Lichtzerstreuung in einer bestimmten Richtung ist also nach dieser Anschauung nur ein kleiner für diese Richtung charakteristischer Frequenzbereich des Spektrums der Wärmewellen beteiligt; alle anderen tragen zur Entstehung solcher modulierter Reflexion nicht bei.

Nach orientierenden Versuchen von Groß, der noch mit Quecksilberlicht arbeitete, hat Ramm (23), unter Verwendung einer eigens dafür konstruierten Zink-Vakuumbogenlampe, deren Hauptlinien keinerlei störende Trabanten haben, die Richtigkeit der Brillouinschen Voraussage klar bestätigt. Außer dem Dublett und einem mit der molekularen Anisotropie zusammenhängenden kontinuierlichen Untergrund fand er jedoch bei allen von ihm untersuchten Flüssigkeiten die unveränderte Primärlinie in der Mitte zwischen den beiden Dublettkomponenten. Auch andere Beobachter haben stets diese, durch die Brillouinsche Theorie nicht erklärbare „Mittellinie" gefunden, in letzter Zeit z. B. Raghavendra Rao (17, 21).

[1]) Die Überlegungen Brillouins waren ursprünglich auf feste Körper beschränkt. Ihre nachträgliche Übertragung auf Flüssigkeiten wird durch die Experimente gerechtfertigt.

Nun bestanden freilich aus zwei Gründen Zweifel daran, daß dieser Befund dem wahren Sachverhalt entspricht. Einmal ist es, wenn schon seitlich alles direkte Licht durch geeignete Blenden abgeschirmt werden kann, bei Beobachtung unter einem Winkel von 180° wahrscheinlich unmöglich, auch das am rückwärtigen Ende des Streugefäßes diffus reflektierte Primärlicht vollständig auszuschalten. Denn die Intensität des Streulichtes ist ja auch bei den größten verwendeten Schichtdicken (etwa 50 cm) noch mehrere Größenordnungen kleiner als die des eingestrahlten, so daß bereits eine diffuse Reflexion etwa von $^1/_{100}$ Proz., die sich kaum wird vermeiden lassen, zu großen Fehlern führen kann. Diese lassen sich offenbar nur bei anderem Strahlengang, ohne direkte Anstrahlung des „Hintergrundes" — also beispielsweise bei Beobachtung senkrecht zur Einstrahlungsrichtung —, beseitigen. Außerdem aber war ungewiß, ob die zur Untersuchung verwendeten Flüssigkeitsmengen so weitgehend von Staub, Schwebeteilchen u. dgl. befreit waren, daß die Möglichkeit einer Störung durch Lichtzerstreuung an diesen Fremdkörpern mit Sicherheit ausgeschlossen war. Durch jeden dieser Effekte hätte ja eine starke Mittellinie vorgetäuscht werden können, die vielleicht in Wirklichkeit viel schwächer sein oder überhaupt fehlen konnte.

Wirklich zeigten nun die schwach streuenden Substanzen — bei denen natürlich Störungen stärker in Erscheinung treten — stets größere relative Intensität der Mittellinie als die gut streuenden. Ein überschlagmäßiger Vergleich der bei verschiedenen Flüssigkeiten für gleiche Gesamtschwärzung notwendigen Belichtungszeiten mit den bei weißem Licht ermittelten Intensitätsverhältnissen führte gleichfalls zu der Feststellung, daß die Mittellinie nur zum Teil von „echtem" Streulicht herrühren könne (siehe Ramm, a. a. O., S. 770).

Das Auftreten einer im allgemeinen mit den Außenkomponenten etwa gleich starken Mittellinie ist jedoch auch theoretisch berechnet worden. In einer vorläufigen Mitteilung berichten Landau und Placzek (15) als Ergebnis, daß das Verhältnis des gesamten durch Dichteschwankungen hervorgerufenen Streulichtes zu dem adiabatisch bedingten, frequenzverschobenen Anteil gleich sei dem Verhältnis der spezifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_v}$ (also auch gleich dem Verhältnis der isothermen zur adiabatischen Kompressibilität; siehe Ramm, a. a. O., Anh.). Die Intensitäten der Triplettkomponenten sollten sich danach verhalten wie $\frac{c_v}{2} : (c_p - c_v) : \frac{c_v}{2}$, also bei den meisten Flüssigkeiten von der gleichen Größenordnung sein. Leider haben Landau und Placzek die angekündigte Begründung für diese Behauptung bis heute nicht veröffentlicht, auch die Andeutungen über Linienbreite, Polarisation und andere Einzelheiten nicht näher ausgeführt.

Über die Polarisationsverhältnisse können natürlich Beobachtungen unter 180° keinen Aufschluß bringen. So lagen darüber nur ältere, ziemlich unklare Angaben von Groß vor, in denen insbesondere die Frage der Mittellinie unerwähnt blieb. Nach der Dichteschwankungstheorie und in Übereinstimmung mit den ursprünglichen Rayleighschen Überlegungen (24) muß das Streulicht, bei Beobachtung unter dem Winkel 90°, in der Ebene senkrecht zur Einstrahlungsrichtung vollständig polarisiert sein, auch wenn man mit natürlichem Licht beleuchtet. In diesem Sinne war auch bei theoretischen Erörterungen, die die spektrale Zusammensetzung des Streulichtes unberücksichtigt ließen, schon eine Zerlegung vorgenommen worden in einen (bei 90°) linear polarisierten „Dichte"-Anteil, für den die mittlere Polarisierbarkeit und einen je nach dem Polarisationszustand des Primärlichtes zu $^6/_7$ oder $^3/_4$ depolarisierten Anteil, für den die Anisotropie des Polarisierbarkeitstensors bzw. in Flüssigkeiten die Anisotropieschwankungen der Elementarbereiche maßgebend sein sollten (Raman-Krishnan l. c., Gans). Für die Frage nach der Natur der Mittellinie konnten also Polarisationsmessungen möglicherweise einen wichtigen Beitrag liefern.

Als ein dritter Gesichtspunkt für die Untersuchung der „Rayleigh"-Linie tauchte nach der Entdeckung des Ramaneffektes, durch Raman selbst zuerst aufgeworfen (20), die Frage nach ihrer „Verbreiterung" auf. Wenn auch bei Gasen durch Auflösung der Rotationsstruktur bald eine überzeugende Bestätigung der quantentheoretischen Ergebnisse erreicht wurde, so konnte über Wesen und Ursache bei flüssigen oder gar festen Körpern — außer der Feststellung eines Zusammenhanges mit der molekularen Anisotropie — nichts Entscheidendes ausgesagt werden. Bei Flüssigkeiten fand man ja, außer in Sonderfällen, die auch theoretisch als solche erkannt wurden, keine Rotationsstruktur, nicht einmal einen Sattel zwischen Linie und „Flügeln". Alle Versuche, mit „komafreien" Spektrographen doch noch einen der Boltzmannverteilung entsprechenden Intensitätsverlauf nachzuweisen, dürfen als erledigt angesehen werden [Sirkar (26)]. Die Intensität fällt bei allen normalen Flüssigkeiten, die überhaupt eine Verbreiterung aufweisen, von einem Maximum in unmittelbarer Nähe der Primärfrequenz aus ($< 10\ cm^{-1}$)[1]) zunächst rasch, dann langsam nach beiden Seiten

ab und verschwindet bei etwa 150 cm^{-1} vollständig (1, 2, 30).

In letzter Zeit sind nun verschiedene Anhaltspunkte für die Natur dieser Verbreiterung aufgefunden worden. Groß und Vuks (8) stellten im Streulicht von gewissen organischen Kristallen (Benzol, Naphthalin u. a.) in 30 bis etwa 150 cm^{-1} Abstand zu beiden Seiten der Primärlinie in der gleichen Entfernung, in der bei der entsprechenden Flüssigkeit der breite Fuß der Rayleighlinie liegt, mehrere breite, nahezu äquidistante Linien fest. Da die Deutung als Molekül-Raman-Strahlung nicht möglich war, lag die Annahme eines Zusammenhanges mit den ultraroten („Bornschen") Gitterschwingungen nahe; diese wären also auch in der Flüssigkeit kurz oberhalb des Schmelzpunktes, wenn auch verwaschen, noch vorhanden und sollten sich in den diffusen Flügeln der Rayleighlinie äußern. Bei Flüssigkeiten nahmen Groß und Vuks übrigens eine Trennung vor in einen nahen Bereich der Verbreiterung (< 3 Å), der stark temperaturabhängige Intensität zeigt, und einen weiteren (< 3 Å, < 20 Å), in dem die flach abfallende Intensität praktisch temperaturunabhängig ist. Neuerdings ist nun gerade für dieses zweite Gebiet die Beweiskraft älterer Depolarisationsgradmessungen — die fast sämtlich auf den Mittelungsfaktor für beliebig orientierte Systeme, $^6/_7$ bzw. $^3/_4$, geführt hatten — angezweifelt und mit der Methode der Zirkularpolarisation ein beträchtlich kleinerer Wert errechnet worden [Heidenreich (9)]. Das würde ja ebenfalls gegen die Deutung dieses entfernten Bereiches als Rotations-Raman-Strahlung sprechen.

Von der gleichen Überzeugung aus, daß den Übergangserscheinungen zwischen verschiedenen Aggregatzuständen besondere Bedeutung zukommt, wenn auch in anderer Richtung, gingen Versuche von Weiler (32) über das Verhalten der Rotations-Raman-Flügel beim Übergang zu hohen Gasdichten. Auch nach dem Verschwinden der eigentlichen Rotationsstruktur sollte bei Gasen der Intensitätsverlauf in diesen Teilen der Streulinie durch die Maxwell-Boltzmannsche Energieverteilung bestimmt sein, insbesondere aber die Intensitätskurve mindestens drei getrennte Maxima für P-, Q- und R-Zweig aufweisen [siehe etwa Placzek (14)]. Weiler fand indessen bei CO_2, daß schon weit unterhalb des kritischen Druckes ein allmählicher Übergang in den für Flüssigkeiten charakteristischen monotonen Verlauf stattfindet, der nur zum Teil als Stoßverbreiterungseffekt in den Rotationsflügeln gedeutet werden konnte. Für die Mitte (Q-Zweig) aber berechnete Kappler (32) auf Grund von klassischen Überlegungen das Fehlen jeder Stoßverbreiterung, was die beiden Autoren durch Halbwertsbreitenmessungen auch experimentell bewiesen zu haben glauben. Allerdings bleibt unklar, ob damit nun die Dichteschwankungsstreuung oder wirklich der Q-Zweig der Anisotropie- oder Rotationsstreuung gemeint war, die sich ja unter anderem durch die Polarisation streng unterscheiden lassen. Darauf wird später noch zurückzukommen sein. Jedenfalls zeigt sich, daß man für ein tieferes Verständnis wohl alle drei hier geschilderten Betrachtungsweisen zur Erklärung wird heranziehen müssen, um sie, wenn möglich, in einem einheitlichen Bilde des gesamten Streuvorganges zu verschmelzen oder gegeneinander abzugrenzen.

II. Versuche. Anordnung und Methodik

Sehr aussichtsreich erschien von diesem Standpunkt aus die Verbindung der Groß-Rammschen Feinstrukturuntersuchungen mit der Feststellung des Polarisationszustandes. Dabei ist es zweckmäßig, senkrecht zur Einstrahlungsrichtung zu beobachten, wodurch man auch die Hintergrundsschwierigkeiten am ehesten vermeidet. Allerdings muß dann durch ein Blendensystem dafür Sorge getragen werden, daß der Streuwinkelbereich $\Delta\vartheta$ begrenzt wird, da sonst die Trennung der Brillouinkomponenten von der „Mittellinie", die schon bei 180° Schwierigkeit bereitet, durch deren Verbreiterung vollkommen unmöglich gemacht wird. Fig. 1 zeigt, wie dieser Blendenkörper (aus parallel gestellten Rasierklingen bestehend) zwischen Lampe und Streugefäß angeordnet ist. Die „Halbwertsbreite" von $\Delta\vartheta$ beträgt, unter Berücksichtigung der Brechung in dem zylindrischen Streugefäß ($n = 1{,}5$), etwa 20°, das entspricht einer Änderung des Faktors $\sin\frac{\vartheta}{2}$ von 0,65 auf 0,75, um rund 15 Proz. (für die „Grenzstrahlen" also 30 Proz.). Die Divergenz des durch die Kollimatoröffnung bestimmten „Öffnungskegels" ergibt nur eine unbedeutende Korrektur.

Die in Fig. 1 und 2 dargestellte Art der Anordnung ist aber, obwohl sie lichtschwächer ist als viele andere, auch notwendig, um die Polarisationsmessungen zu ermöglichen. Die einfallenden Strahlen müssen ja nicht nur in einer Ebene senkrecht zur Beobachtungsrichtung verlaufen, sondern in dieser Ebene auch alle die gleiche Richtung haben. Das erreicht man so: Die stabförmige Lichtquelle ist vom Streugefäß gerade so weit entfernt, daß sie durch dieses in gleiche Größe auf einen Planspiegel abgebildet wird. Dann sind in der Näherung, in der die Abbildungsfehler dieser Zylinderlinse vernachlässigt und der

1) 1 ÅE $\sim$ 5 cm^{-1} für $\lambda = 4500$ ÅE.

Lampenquerschnitt als punktförmig betrachtet werden können, aus Symmetriegründen alle Strahlen einander parallel. Die durch ihre und die Beobachtungsrichtung gebildete Ebene sollte die Polarisationsebene des „Dichte"-Streulichtes sein.

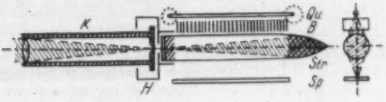


Fig. 1.

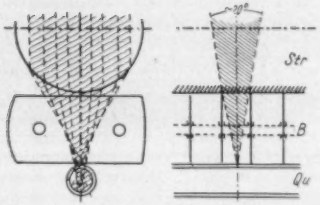


Fig. 2.

Das Streugefäß ist ein zylindrisches Glasrohr von 3–5 cm Durchmesser. Am einen Ende läuft es konisch in eine sehr sorgfältig ausgezogene Spitze aus, die, schwarz lackiert, den „Hintergrund" bildet; das andere Ende ist durch ein Planfenster abgeschlossen und durch verschiedene, mit schwarzem Samtpapier ausgekleidete Hülsen direkt mit dem Spalt des Vorzerlegungsapparates (siehe unten, Fig. 4) lichtdicht verbunden. Dieser ist obendrein an seiner Vorderfläche mit Terpentinruß geschwärzt. Eine solche Anordnung ist allen anderen, die Linsen, Kalkspat- oder Ablenkprismen u. dgl. vor dem Spalt des Spektralapparates benutzen, auf jeden Fall vorzuziehen, da nur so die Mitwirkung von direktem Licht infolge störender Reflexionen mit Sicherheit vermieden werden kann.

Die zweite Hauptfehlerquelle bilden die in jeder Flüssigkeit enthaltenen Schwebeteilchen. Das zu ihrer Entfernung verwendete Verfahren sei kurz beschrieben; es besteht in der Kombination eines modernen Ultrafiltrationsgerätes mit der alten Methode der Vakuumdestillation nach Martin. (Gans im Handb. der Experimentalphysik, Bd. XIX.) Die chemisch vorgereinigte Flüssigkeit wird durch ein (gegen organische Lösungsmittel beständiges!) Ultra-Cella-Filter[1]) (Sorte: fein bzw. feinst) in das in Fig. 3 dargestellte Gefäß filtriert und dieses unter Vakuum abgeschmolzen. Aus dem seitlich angesetzten Kolben wird alsdann das Filtrat durch ein kleines Temperaturgefälle (10°) in das Streugefäß über „destilliert" ($^1/_2$ Liter pro Tag), ein paarmal ausgespült und zurückgegossen und schließlich das ganze Streurohr durch solche „Verdunstung" gefüllt. Dadurch, daß bei diesem

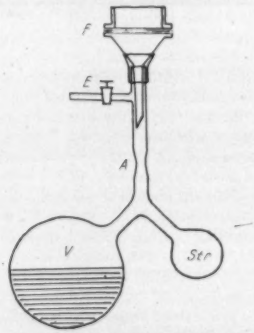


Fig. 3. Reinigungsverfahren.
F Filteraufsatz, *E* Entlüftungshahn, *A* Abschmelzstelle, *V* Vorratskolben, *Str* Streugefäß.

Prozeß weder Dampfblasenbildung noch Dampfströme oder Nebel auftreten können, ist das Mitreißen von Staubteilchen bestimmt unmöglich. Chemische Reinigung wird damit nicht bezweckt.

Das so vorbereitete Streugefäß steht also unmittelbar vor dem Spalt des Monochromators, seine Achse fällt mit der des Kollimators zusammen. Länge und Durchmesser sind so bemessen, daß der Öffnungskegel der wirksamen Strahlen ganz von dem „schwarzen Hintergrund" aufgenommen wird.

Die Stufengitteranordnung war im wesentlichen die gleiche wie die von Ramm l. c. beschriebene (Fig. 4). Sie ist im Raum konstanter Temperatur des Instituts aufgestellt. Ein Vorzerlegungsapparat (Spektrometer mit 60°-Prisma, Öffnung f : 10) ragt mit seinem Kollimatorteil in den Nebenraum, wo sich Streugefäß und Lichtquelle befinden. Von dem Licht, das seinen Spalt trifft, wird in der Spaltebene des Stufengitters ein Spektrum entworfen, das man

1) Die Anwendung der Ultrafiltration wurde mir durch Herrn Prof. Weygand (Leipzig) empfohlen. Sie wird erst dadurch ermöglicht, daß die Membranfilter G. m. b. H. (Göttingen) außer den üblichen Kollodium- seit einiger Zeit auch sog. Cella- und Ultra-Cella-Filter herstellt, die gegen organische Lösungsmittel beständig sind.

2) Die Komponente, deren elektrischer Vektor in der Spaltrichtung schwingt, ist also die schwächere, wenn mit natürlichem oder 45° linear polarisiertem Licht beleuchtet wird.

durch Prismendrehung seitlich verschieben kann (Dispersion 34 A/mm bei 4050 ÅE). Die Stufengitteranordnung (Hilger, London) wird durch ein zwischen Objektivlinse und Photoplatte drehbar angebrachtes Wollastonprisma ergänzt, das

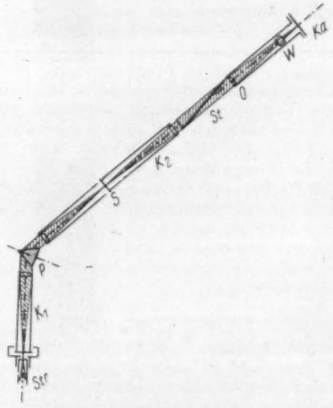


Fig. 4.

von dem entsprechend abgeblendeten Spalt zwei senkrecht übereinanderstehende Bilder verschiedener Lichtschwingungsrichtung entwirft. Die Abbildungsgüte wird dadurch nicht wesentlich beeinträchtigt. – Die Apparatpolarisation beträgt bei 4050 ÅE 78 Proz. $\left(\frac{J_v}{J_h}\right)^2$).

Das Stufengitter hat 33 Platten; im Violetten beträgt das theoretische Auflösungsvermögen knapp 800000. Etwas über 500000 ist praktisch erreichbar. Das Dispersionsgebiet beträgt für 4046 ÅE 0,157 ÅE, für 4078 ÅE 0,161 ÅE. Beide Werte stimmen mit den aus Glimmentladungsaufnahmen (*Hg*-Dampf) unter Zugrundelegung des Schülerschen Hyperfeinstrukturschemas erhaltenen Werten hinreichend gut überein (25). Der seitliche Abstand benachbarter „Ordnungen" der gleichen Spektrallinie ist 0,224 bzw. 0,223 mm.

Das Gitter stand während aller Versuche mit den Plattenflächen genau senkrecht zum Strahlengang; die von Ramm l. c. S. 764 angegebene Korrektion entfällt dann („Ordnungsabstand" konstant!). Die zur Justierung notwendige Verschiebung der Streifen wird durch geeignete Temperaturänderung bewirkt (siehe unten).

Die für das Arbeiten mit dem Stufengitter nötige Temperaturkonstanz hätte durch Aufstellung in dem dafür vorgesehenen, durch seine Lage allseitig vor direkter Beeinflussung durch die Außenluft geschützten und unbeheizten Kellerraume gewährleistet sein sollen („Raum konstanter Temperatur" des Instituts). Da für die Streuaufnahmen zum Teil sehr lange Belichtungszeiten notwendig waren, machten sich aber doch störende Temperaturgänge bemerkbar, die schließlich zum Einrichten einer „Luftthermostaten"-Anlage zwangen. Das Gitter wurde dabei durch den geregelten großflächigen Heizwiderstand hindurch von einem kräftigen Ventilator angeblasen.

Aber auch die bis vor kurzem gar nicht berücksichtigten Schwankungen des äußeren Luftdrucks bewirken ja eine Verschiebung der Interferenzstreifen und können bei langdauernden Versuchen zu Störungen führen. (Bei dem Leipziger Stufengitter von 15,2 mm Stufenhöhe würde z. B. schon eine Luftdruckänderung im Betrage von 69 mm die Streifen um eine ganze Ordnung verschieben.) Die deswegen in neuerer Zeit vorgeschlagene Einkapselung des ganzen(10) Gitters in ein gasdichtes Gefäß war nicht durchführbar. Glücklicherweise aber fand sich eine Möglichkeit, diese Schwankungen zugleich mit den Schwankungen der Temperatur durch ein und dieselbe Vorrichtung zu kompensieren. Der Brechungsindex vieler Glasarten nimmt nämlich mit der Temperatur zu; Temperaturerhöhung vergrößert auch bei unserem Stufengitter den Gangunterschied. Luftdrucksteigerung setzt ihn herab. Man braucht also nur einen Temperaturregler zu bauen, dessen Gleichgewichtstemperatur mit dem Luftdruck steigt, und zwar in einem Verhältnis, das dem durch den Temperaturkoeffizienten des Gitters bedingten annähernd entspricht. Das kann man erreichen, wenn man zur Regelung nicht mehr irgendeinen Wärme-Ausdehnungsvorgang, sondern die Temperaturabhängigkeit des Dampfdruckes ausnutzt, die ja bei niedrig siedenden Flüssigkeiten erhebliche Werte annimmt. Eine kleine Menge einer solchen Flüssigkeit – Chloräthyl, das bei 13° siedet und als Lokalanästhetikum leicht erhältlich ist, hat sich dafür sehr bewährt – befindet sich über Quecksilber in einem kurzen Manometerrohr, dessen oberer Teil aus möglichst dünnwandigem Glas [oder Metall (27)] besteht. Der offene Schenkel muß gerade so weit mit Quecksilber gefüllt sein, daß sich im geschlossenen über der Flüssigkeit eine Dampfblase bilden kann; im Gleichgewicht ist Luftdruck + Quecksilberdruckunterschied gleich dem Dampfdruck bei der betreffenden Temperatur. Luftdruck- und Temperaturänderungen verschieben den Meniskus und steuern über Kontakt und Relais den Heizwiderstand; Luftdruckerhöhungen werden durch Temperaturerhöhungen ausgeglichen. Da bei 21°

bzw. 23° C Temperaturänderung um 3,5° bzw. 3,2° das Streifensystem des Gitters um eine ganze Ordnung verschiebt, also gerade der Wirkung von 69 mm Druckänderung entspricht, muß im Arbeitspunkt die Dampfdruckkurve etwa 20 mm° Steigung haben. Das ist etwas unterhalb des Siedepunktes der Fall; das Chloräthyl wurde dazu mit etwas Alkohol oder Äther versetzt. Die Reglerempfindlichkeit ist bei gleichem Rohrdurchmesser beider Schenkel halb so groß wie diese Steigung. Da es nicht notwendig ist, enge Kapillaren zu verwenden, können bei 8 V noch 10 mA betriebssicher geschaltet und infolgedessen gewöhnliche Relais (Postrelais) verwendet werden. Der Hauptvorteil der Einrichtung liegt jedoch in ihrer kleinen Wärmekapazität, die eine besonders trägheitslose Regelung gestattet.

Mit einfachen Mitteln wurden so Störungen durch Schwankungen von Druck und Temperatur gleichzeitig beseitigt.

Von besonderer Bedeutung war natürlich die Lichtquelle. Sie sollte bei großer Leuchtdichte einen schmalen, langgestreckten Leuchtkörper haben, möglichst nur wenige, isoliert liegende, helle und trabantenfreie Linien im blauen Spektralbereich aussenden und große Lebensdauer besitzen. Die von Ramm konstruierte Zinkdampflampe schied schon wegen ihrer geringen Länge aus. Röhren mit Edelgasgrundfüllung und Zink ohne Quecksilberzusatz aber haben ihr gegenüber zu geringe Leuchtdichte, als daß sie als Ersatz in Frage gekommen wären. Auch Vorversuche mit Entladung in reinen Edelgasen führten zu keinem Ergebnis; die Linien sind entweder zu breit (*He*) oder zu zahlreich und daher lichtschwach (*Ar*) oder beides (*Ne*).

Schließlich erwies sich doch die Quecksilberlampe als günstigste Lichtquelle. In einem etwa 30 cm langen, 8 mm weiten Rohr aus Hartglas mit rechtwinklig angesetzten Elektrodenbechern brannte bei 2–6 A ein stabiler Niederdruckbogen mit Luftkühlung. Die Lebensdauer der Lampen betrug etwa 1000 Brennstunden. Die hellen Linien des sichtbaren Tripletts konnten freilich wegen ihrer komplizierten Struktur nicht zur Beobachtung verwendet werden. 4078 Å erforderte zwar etwa 10mal längere Belichtungszeiten als diese, hat aber dafür nur wenige, dazu gleichmäßig um die schmale Hauptlinie verteilte Trabanten, deren störender Einfluß sich verhältnismäßig leicht ausschalten läßt. Nach dem Niveauschema der Hyperfeinstrukturterme sollte ja die violette Triplettlinie 4047 ein ähnlich günstiges Bild bieten, doch ist bei großer Stromdichte ihre Struktur offenbar durch Selbstabsorption stark verzerrt. Der Versuch, diese, wie bei kleinen Stromdichten möglich, durch Wasserstoffzusatz zu beseitigen, blieb ohne Erfolg (11).

Da sich nun der Nachteil, daß die lichtschwache Linie 4078 verwendet werden mußte, einmal nicht umgehen ließ (die günstigste Argonlinie hätte immerhin noch 10mal längere Belichtungszeit erfordert als *Hg* 4078), anderseits aber die für die Polarisationsmessungen notwendige Anordnung eine weitere Einbuße an Lichtstärke zur Folge hat, konnte zunächst nur eine Flüssigkeit mit hohem Streuvermögen als Versuchssubstanz in Frage kommen, die bei mäßiger Depolarisation möglichst auch noch große Brillouinaufspaltung aufweisen sollte. Bei Toluol hatte schon Ramm festgestellt, daß das Feinstrukturbild gut herauskommt. Auch für die Nachprüfung des c_p/c_v-Gesetzes von Landau-Placzek hat es günstige Eigenschaften ($K \sim 1{,}4$, Intensitätsverhältnis der Triplettkomponente theoretisch $5 : 4 : 5$). Da es sich außerdem sehr bequem handhaben und reinigen läßt, erschien es für die vorliegende Untersuchung besonders geeignet.

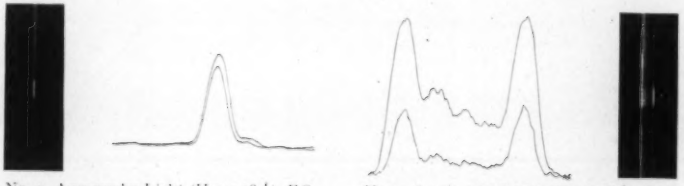
Einige der von Toluol mit der beschriebenen Anordnung erhaltenen Streulichtaufnahmen[1]) sind mit den zugehörigen Photometerkurven in Fig. 5 (s. Tafel V) wiedergegeben. Jeweils das untere Bild enthält nur waagerecht schwingendes, also depolarisiertes, das obere nur senkrecht, also „richtig" schwingendes Licht. Nr. 1 und Nr. 2 unterscheiden sich voneinander nur durch die Stellung des Gitters. Nr. 1 ist in der sog. Einfachordnungsstellung (EO.) aufgenommen; es erscheint nur eine „Ordnung" des Interferenzstreifensystems mit beobachtbarer Intensität, bei einem auseiner (schmalen!) Linie bestehenden Spektrum also nur diese (siehe das Bild der Primärlinie Nr. 3); die benachbarten Ordnungen fallen gerade mit den Nullstellen des Beugungsstreifensystems zusammen. Nr. 2 bzw. 4 zeigt das unter sonst gleichen Bedingungen in „Doppelordnungsstellung photographierte" Spektrum des Streulichtes bzw. des Primärlichtes. Ein und dieselbe Linie erscheint zweimal – in zwei Ordnungen, deren Nummer sich um eine Einheit unterscheidet – symmetrisch zum Hauptbeugungsmaximum, mit dem sie in der EO. zusammenfällt.

In der DO. ist der Gangunterschied pro Stufe gerade um $\frac{\lambda}{2}$ größer oder geringer als in der EO.; man erhält die eine aus der anderen durch Drehung des ganzen Gitters um eine zur Stufenrichtung parallele Achse, durch Temperatur- oder durch Druckänderung. Während der vorliegenden Untersuchung stand das Gitter immer genau senkrecht zum Strahlengange, die Ordnungsänderung wurde durch Temperaturänderung

1) Platte: Agfa Spektral Blau Rapid, entwickelt in Agfa Final Feinkornentwickler, 5 Min. Photometer: Registrierphotometer von Carl Zeiß, Jena.

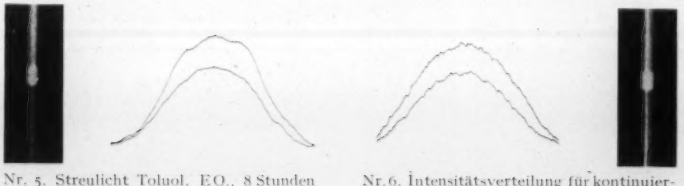
Nr. 1. Streulicht Toluol, EO., 12 Stunden belichtet, enger Primärspalt.

Nr. 2. Streulicht Toluol, DO., 24 Stunden belichtet, enger Primärspalt.



Nr. 3. Anregendes Licht (Hg 4078 Å), EO.

Nr. 4. Anregendes Licht (Hg 4078 Å), DO. Die Kurve gehört nicht zur gleichen Aufnahme wie das Linienbild, sondern entspricht genau der Doppelordnungsstellung.



Nr. 5. Streulicht Toluol, EO., 8 Stunden belichtet, weiter Primärspalt.

Nr. 6. Intensitätsverteilung für kontinuierliches Licht (Glühlampe), ca. 4080 Å. Im Linienbild ist dieser Verteilung eine monochromatische Strahlung (wie Nr. 3) überlagert.

Nr. 7. Streulicht Äthylalkohol, EO., 24 Stunden belichtet.

Nr. 8. Streulicht Wasser, EO., 60 Stunden belichtet.

Fig. 5. Aufnahmen (10fach vergr.) und Photometerkurven (1:100).

bewirkt. Die bei Drehung des Gitters notwendige Korrektur der Intensitätswerte wird dadurch ganz vermieden (siehe Ramm l. c., S. 764).

Natürlich gibt es dazwischen alle Übergänge; der Beginn eines solchen liegt z. B. in Nr. 4 vor: Die beiden Bilder der Linie sind nicht mehr genau gleich stark. Ein solcher Übergang liegt auch vor für jede andere Spektrallinie des in das Stufengitter gelangenden Spektralbereiches, wenn sich ihre Wellenlänge nicht gerade um ein ganzzahliges Vielfaches des Dispersionsgebietes von derjenigen der willkürlich festgelegten Hauptlinie unterscheidet; darauf beruht ja gerade die Wellenlängenbestimmung. Aber diese ist natürlich nicht eindeutig, da sich bei mäßig verschiedenen Wellenlängen die Differenz der Ordnungszahlen nur unter Zuhilfenahme eines zweiten Interferenzapparates feststellen läßt. Der Wellenlängenunterschied eines in entsprechenden Abständen neben den Streifen der Hauptlinie liegenden „Trabanten" kann also den durch diesen Abstand bestimmten Betrag noch um beliebig viele Einheiten des Dispersionsgebietes übersteigen, deren Höchstzahl durch die im Vorzerlegungsapparat erreichte Auflösung bestimmt ist.

Besondere Beachtung verdient nun der Fall kontinuierlicher Intensitätsverteilung bzw. sehr breiter Linien. Dabei liefern nämlich alle in den Stufengitterspalt gelangenden Wellenlängenbereiche (etwa von Dispersionsgebietsgröße) praktisch gleiche Bilder, die einander überlagern (Nr. 6, Fig. 5). Die Intensitätsverteilungskurve ist einfach die der Beugungsfunktion $\frac{\sin^2 x}{x^2}$; sie tritt auf, sobald etwa die Halbwertsbreite des „Kontinuums" mindestens so groß ist wie das Dispersionsgebiet, und macht also weitere Schlüsse auf dessen Ausdehnung und Struktur unmöglich.

Die Versuche mit Toluol hatten nun das zunächst überraschende Ergebnis, daß die „depolarisierte", also z. B. die in der Ebene durch Einstrahlungs- und Beobachtungsrichtung schwingende Komponente des Streulichtes tatsächlich diesen Intensitätsverlauf zeigte; mit anderen Worten: die sogenannte Anisotropiestrahlung enthält kein spektral unverändertes Primärlicht (bis auf einen Mittelbereich, der „zufällig" die gleiche Frequenz hat); ihre spektrale Verteilungskurve hat eine Halbwertsbreite von mindestens 1 cm^{-1} (Größe des Dispersionsgebietes). — Nach oben hin ist die Halbwertsbreite ja durch die Untersuchungen mit Prismenspektrographen auf wenige cm^{-1} begrenzt. — Diese Feststellung widerlegt eindeutig das kürzlich veröffentlichte Ergebnis Raghavendra Raos (18), der die „Mittellinie" des Brillouintripletts als depolarisiert beschreibt, also auch im „verkehrt" schwingenden Licht die unveränderte Primärlinie gefunden zu haben glaubt. Sie wird wohl durch „parasytic light" vorgetäuscht sein[1]).

Die „richtig" polarisierte Streustrahlung dagegen stellt ein symmetrisches Triplett dar, das einem Kontinuum von ähnlicher Intensität überlagert ist. Die relative Intensität beider Kontinua zu der des Tripletts hängt übrigens in charakteristischer Weise von der Eingangsspaltbreite des Vorzerlegers ab (siehe Nr. 5, Fig. 5). Sie wächst auf über das Doppelte, wenn man diese von dem eben noch ohne Störung der Abbildung zulässigen Wert 0,06 mm (2 Å) auf 0,6 mm (20 Å) vergrößert, so daß bis auf einen vernachlässigbaren Rest die „Flügel" der Rayleighlinie einbezogen sind. Der näherungsweise berechnete Depolarisationsgrad steigt dabei von 25–30 Proz. auf rund 50 Proz., erreicht also bei weitem Spalt den mit weißem Licht direkt gemessenen Wert.

Es liegt sehr nahe, die waagerecht schwingende Komponente als reine „Anisotropiestrahlung" zu betrachten und auch in der senkrecht schwingenden einen ihr entsprechenden Anteil anzunehmen. Nun besteht ja die reine Anisotropiestrahlung nicht aus natürlichem Licht, sondern ihr Depolarisationsgrad ergibt sich aus Mittelungsbetrachtungen zu $^6/_7$ für natürliches, und $^3/_4$ für linear polarisiertes Primärlicht (31). Bei dem hier verwendeten Strahlengang ist das Primärlicht im Streugefäß infolge von Reflexionen mindestens teilweise linear polarisiert; der Faktor liegt also zwischen 1/0,86 und 1/0,75. Es muß aber noch die Apparatpolarisation berücksichtigt werden, die, bei völlig gleichem Strahlengang, zu 0,78 bestimmt wurde, und zwar zugunsten der waagerecht schwingenden Komponente, so daß er den ersten Faktor nahezu aufhebt. Es sollte also ohne großen Fehler erlaubt sein, einfach die Intensitätskurven der beiden verschiedenen polarisierten Strahlungsanteile voneinander abzuziehen. Der Rest ist dann die „Dichteschwankungsstreuung".

Er enthält indessen außer dem Triplett auch noch einen Anteil „kontinuierlichen" Lichtes, der von den durch die Aufspaltung völlig ineinander verschwommenen Trabanten herrührt und, wie diese, rund 30 Proz. der Gesamtintensität (des Restes!) ausmacht. Um alle diese Anteile abzuziehen und dann das Intensitätsverhältnis der Triplettkomponenten festzustellen, ist nötig, die Photometerausschläge in Intensitäten umzurechnen und diese mit der Beugungsfunktion $\frac{\sin^2 x}{x^2}$ zu entzerren.

1) In einer neuen, mir nicht zugänglichen Arbeit scheint dies auch richtiggestellt zu sein (Phys. Ber. 1936, H. 22).

Eins der üblichen Stufenfilterverfahren kam zum Zwecke der Festlegung des Intensitäts-Schwärzungszusammenhanges (bzw. der Abhängigkeit der Photometerausschläge von der an der betreffenden Stelle auf die Platte gelangten Lichtintensität, kurz, der „Eichkurve") nicht in Frage, da aus geometrischen Gründen ein möglichst kleiner Spalt verwendet und alle optischen Teile zwischen Spalt- und Streugefäß vermieden werden sollten. Gesonderte Eichaufnahmen hätten unbequem große Belichtungszeiten erfordert.

So wurde, ähnlich wie bei Ramm l. c., die Hälfte des Stufengitterspaltes durch ein halb durchlässiges Glasplättchen verdeckt, dessen Durchlässigkeit im gewünschten Spektralbereich sich an Ort und Stelle bestimmen ließ (Variation der Monochromatorspaltbreite bei kontinuierlichem Licht einer Wolframbandlampe). Durch photometrischen Vergleich der beiden Bildhälften läßt sich so aus der Meßaufnahme selber die Eichkurve ableiten (12). Die damit gewonnenen scheinbaren Intensitäten sind noch mit den entsprechenden Werten der Beugungsfunktion zu multiplizieren.

Aus mehreren Aufnahmen ergibt sich nach diesem Verfahren bei Toluol im Mittel das Intensitätsverhältnis $5 : 4{,}0 \pm 0{,}5 : 5$; $K = \frac{c_p}{c_v}$ bestimmen Freyer, Hubbard und Andrews (7) zu 1,364 bei 20° C, daraus nach Landau und Placzek $5 : 3{,}64 : 5$. Die Übereinstimmung ist, vor allem im Hinblick auf die bisher gefundenen mehrmals größeren Werte für die Mittellinie, recht befriedigend.

Zur weiteren Prüfung der auf diese Weise wahrscheinlich gemachten Intensitätsbeziehung mußten natürlich solche Substanzen besonders geeignet sein, deren spezifische Wärmen nahezu gleich sind. Für Äthylalkohol ist $K = 1{,}18$ (Freyer usw.). Leider ist, da Brechungsindex und Schallgeschwindigkeit relativ niedrige Werte haben, die Aufspaltung (0,025 Å) klein, so daß die Auflösung Schwierigkeiten bereitet.

Für reines Wasser ist K nahezu 1. Der Depolarisationsgrad ist klein, die Aufspaltung wegen der hohen Schallgeschwindigkeit groß (0,036 Å). Da Wasser von den „normalen" Flüssigkeiten außerdem das kleinste relative Streuvermögen hat, mußte seine Untersuchung geradezu als experimentum crucis erachtet werden, sowohl für die Fehlerfreiheit der Versuchsmethode als auch für die Gültigkeit des Landau-Placzekschen Gesetzes. Es hätte, wenn beide erfüllt sein sollen, überhaupt keine Mittellinie haben sollen.

Die Flüssigkeiten, besonders das Wasser, wurden deshalb einer außerordentlich sorgfältigen Reinigung unterzogen. Das in Quarzgefäßen destillierte Leitfähigkeitswasser gelangte durch Ultrafilter in das ganz aus Duranglas bestehende Versuchsgefäß. Nach dem Abschmelzen wurde 3—4mal ganz langsam „verdunstet" ($^1/_2$ Liter pro Tag) und ausgespült. Die endgültige Füllung erfolgte im selben Tempo.

Das Streugefäß, ein 5 cm weites Kalorimeterrohr mit aufgeschmolzenem Planfenster, war an allen nicht für Lichtdurchtritt bestimmten Stellen geschwärzt, sein hinteres Ende in eine vollkommen schlierenfreie Spitze ausgezogen. Die Belichtungszeit lag zwischen 2 und 4 Tagen. Der Primärspalt war 0,5 mm breit, was bei dem geringen Depolarisationsgrad nicht stört; auch eine etwaige diffuse Reflexion des Primärlichtes an diesem Spalt wurde auf diese Weise verhütet.

Die mit Alkohol bzw. Wasser erhaltenen Streulichtaufnahmen zeigt Fig. 5, Nr. 7 und 8. Von der photometrischen Auswertung ist, da keine getrennte Mittellinie vorhanden, abgesehen. Die im „Sattel" noch vorhandene Intensität rührt zu einem Teil von der Anisotropiestreuung her, zur Hauptsache aber von dem 30-Proz.-Kontinuum der Trabanten. Wenn man dies berücksichtigt, kommt man zu dem Ergebnis, daß das Streulicht des Wassers die unveränderte Primärlinie nicht mehr enthält. Zusammen mit den Erfahrungen bei Toluol kann dies als eine sehr gute Bestätigung des $\frac{c_p}{c_v}$-Gesetzes für die Intensitätsverhältnisse der Dichteschwankungsstreuung angesehen werden.

III. Deutung der Ergebnisse. Schluß

Der bei Beobachtung senkrecht zur Einstrahlungsrichtuug linear in der Ebene dieser beiden Richtungen polarisierte, „kohärente" Anteil des Streulichtes von Flüssigkeiten wird wohl mit Recht auf die Wirkung der spontanen Dichteschwankungen in der Flüssigkeit zurückgeführt. Auf Grund der Debyeschen Wärmewellenvorstellung machte Brillouin die Voraussage einer Dublettaufspaltung dieser Strahlung, die durch die Versuche bestätigt wurde. Die Feststellung jedoch, daß dieser Teil des Streulichtes im allgemeinen eine in ihrer Frequenz völlig unveränderte Komponente enthält, erweist eindeutig, daß das Wesen der Dichteschwankungen durch die einfache Brillouinsche Annahme nicht vollständig wiedergegeben wird. In der (nicht ausdrücklich gerechtfertigten) Übertragung seiner ursprünglich nur für Kristalle gedachten Betrachtungen auf Flüssigkeiten kann der Grund dieser Unzulänglichkeit nicht liegen, denn für die Herleitung der Wärmewellenvorstellung ist

die Voraussetzung der für den Kristall charakteristischen Gitterstruktur keineswegs notwendig, noch wird ihre Wichtigkeit durch die Größenordnung der den Streuvorgang anscheinend bestimmenden Längenabmessungen (~ Lichtwellenlänge) irgendwie nahegelegt.

Das von Landau und Placzek vorhergesagte und durch die vorliegende Untersuchung bestätigte Intensitätsgesetz weist auf die Bedeutung des Energieinhaltes für diese Frage hin, und damit auf den Zusammenhang mit der Natur der Wärmebewegung überhaupt, aus deren Betrachtung ja auch die Wärmewellenhypothese hervorgegangen ist. Nun wurde diese (5, 6) abgeleitet für das Verhalten fester Körper bei tiefen Temperaturen, bei denen das Modell des volumkonstanten „idealen" Körpers sehr genau der Wirklichkeit entspricht; genau genommen führt sie jedoch immer nur auf die spezifische Wärme bei konstantem Volumen c_v. Die einfache, von Brillouin zugrunde gelegte Vorstellung berücksichtigt also im allgemeinen nur einen Teil des Wärmeinhalts. Macht man — was natürlich nahe liegt — den dadurch nicht erfaßten, der thermischen Ausdehnung entsprechenden Anteil für die „Mittellinie" verantwortlich, so ließe sich das Landau-Placzeksche Gesetz etwa so formulieren: Die Intensität der beiden Streulichtanteile (des modulierten und des unverschobenen) verhält sich wie die Ableitungen der Energieanteile nach der Temperatur.

Dieses Ergebnis sollte dann allerdings für Kristalle ebenso gelten wie für Flüssigkeiten, auf die die experimentelle Nachprüfung sich vorläufig beschränken muß. Ob dabei, wie den Bemerkungen von Leontowitsch bzw. Landau-Placzek (15) zu entnehmen, durch den Einfluß der Zähigkeit eine weitere Komplizierung eintritt, sei dahingestellt.

Was nun die Frage nach der Struktur der „Anisotropiestreuung" angeht, so wird diese wohl zu Recht als „inkohärent" bezeichnet, nachdem nunmehr feststeht, daß sie insgesamt auch spektral gegenüber dem Primärlicht modifiziert ist. Das legt ja den Zusammenhang mit der Ramanstrahlung nahe. Sie entspricht offenbar der Rotations-Raman-Streuung des Gas- oder Dampfzustandes (einschließlich Q-Zweig!) und tritt, wie diese, nur bei anisotropen Molekülen auf. Sie enthält keine unveränderte Primärstrahlung; ob dies auch bei (nicht idealen) Gasen der Fall ist, die Q-Linie also verbreitert wird, ist fraglich, aber wenn die Analogie zu Recht besteht, jedenfalls nicht ausgeschlossen. Übrigens würde eine solche Verbreiterung den nach der klassischen Rechnung Kapplers (32) unverständlichen Intensitätsverlauf bei komprimiertem CO_2 recht gut erklären können. Daß bei den Halbwertsbreitenmessungen mit Prismenspektrograph keine Veränderung der Q-Linie gefunden wurde, liegt wohl daran, daß eine solche Stoßverbreiterung sich vor allem im Auftreten eines breiten Intensitätsfußes äußert und erst in zweiter Linie auch die Halbwertsbreite merklich vergrößert (im Gegensatz zur Dopplerverbreiterung).

Weiterer Aufschluß über die Natur der Anisotropiestrahlung von Flüssigkeiten ist von Messungen der Temperaturabhängigkeit, auch des Depolarisationsgrades, zu erwarten. Wenigstens bei aromatischen Stoffen sind die bisher nicht sehr vollständigen Ergebnisse vorläufig in Übereinstimmung mit der Annahme, daß die Intensität der Anisotropiestreuung im großen und ganzen der Dichte proportional ist (22).

Das wieder spricht für ihre rein molekulare Natur, im Gegensatz zur Dichteschwankungsstreuung, für die stets die mittlere Polarisierbarkeit maßgebend ist, also die Existenz von Einzelmolekülen gar keine Rolle spielt. Freilich wird die theoretische Beherrschung wohl noch so lange auf sich warten lassen, wie auch die eigentliche Natur der Wärmebewegung in Flüssigkeiten (etwa die Quanten gesetze der Drehschwingungen u. ä.) ungeklärt ist.

Einstweilen wird man sich damit zufrieden geben müssen, den charakteristischen Intensitätsverlauf — was auch mit den Entdeckungen von Groß und Vuks (8) in Übereinstimmung ist — halbklassisch zu deuten, als zeitliche Fourieranalyse der Schwankungen des inneren Feldes [Placzek (16)], deren Gesetze wir noch nicht kennen, zu deren Aufklärung aber vielleicht eines Tages gerade diese Ergebnisse einen wichtigen Beitrag werden liefern können.

Zusammenfassung

Nach einem Überblick über die bisher zur Untersuchung der Rayleighstrahlung von Flüssigkeiten angewandten Methoden werden neue Versuche beschrieben, aus denen folgendes geschlossen wird:

Die Zerlegung der Rayleighstrahlung erscheint auch nach ihrer spektralen Zusammensetzung gerechtfertigt. —

1. Das von Dichteschwankungen herrührende kohärente Streulicht ist bei Beobachtung senkrecht zur Einstrahlungsrichtung vollkommen linear polarisiert. Es enthält außer dem „Wärmewellendublett" im allgemeinen einen Anteil ganz unveränderter Frequenz, dessen Größe wahrscheinlich durch das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_v}$ bestimmt wird. Die Intensitäten des so entstehenden

symmetrischen Tripletts verhalten sich wie $\frac{c_v}{2} : (c_p - c_e) : \frac{c_v}{2}$ (Intensitätsgesetz von Landau und Placzek).

2. Der, je nach Einstrahlung, zu $^6/_7$ oder $^3/_4$ depolarisierte Anteil, die „Anisotropiestrahlung", durch die Depolarisation und grobe Verbreiterung der Rayleighlinie verursacht werden, enthält kein spektral unverändertes Primärlicht. Ihre „Halbwertsbreite" beträgt mindestens 1 cm^{-1} (0,2 ÅE). Sie ist also inkohärent.

Diese Arbeit entstand in den Jahren 1934–36 im Physikalischen Institut der Universität Leipzig. Für die Anregung dazu und das fördernde Interesse an ihrem Fortgang danke ich Herrn Prof. Dr. P. Debye auch an dieser Stelle auf das Herzlichste. Mein Dank gilt auch den Herren Dr. E. H. L. Meyer und Dr. W. Ramm für viele Ratschläge bei ihrer Durchführung.

Literaturverzeichnis

1) S. Bhagavantam, Ind. Journ. of Physics **8**, 197, 1933.
2) S. Bhagavantam und A. V. Rao, Dt. **8**, 437, 1933.
3) L. Brillouin, Ann. de Phys. **17**, 88, 1922.
4) Carelli und Went, Zeitschr. f. Phys. **76**, 236, 1932.
5) P. Debye, Ann. Phys. **39**, 789, 1912.
6) P. Debye, Vorträge über die kinetische Natur der Materie und Elektrizität („Wolfskehlvorträge" zu Göttingen). B. G. Teubner, Leipzig und Berlin 1914.
7) Freyer, Hubbard und Andrews, Journ. Amer. chem. soc. **51**, 759.
8) E. Groß und M. Vuks, Nature **135**, 100 und 431, 1935. Siehe auch Ramm, l. c.
9) F. Heidenreich, Zeitschr. f. Phys. **97**, 277, 1935.
10) Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik. 17. Aufl. 1935. Leipzig und Berlin, S. 362 f. (Stufengitter). Siehe dazu auch R. Ritschl, Zeitschr. f. Phys. **79**, 1, 1932.
11) E. Lau, Ann. Phys. (5) **12**, 59 und 66, 1932.
12) Ornstein-Moll-Burger, Objektive Spektralphotometrie. Braunschweig 1932. Sammlung Vieweg, Kap. V, S. 77 f.
13) W. H. Martin, Trans. Roy. Soc. Canada **7**, 219, 1913.
14) G. Placzek, Leipziger Vorträge 1931. S. Hirzel, Leipzig; G. Placzek, Rayleigh-Streuung und Raman-Effekt, in: Handbuch der Radiologie **6**, 2, 2. Aufl. 1933. Leipzig; G. Placzek und E. Teller, Zeitschr. f. Phys. **81**, 209, 1931.
15) G. Placzek, Physik. Zeitschr. d. Sowjetunion 5, 172, 1934. Siehe auch: M. Leontowitsch, Zur Kinetik der Schwankungen, Zeitschr. f. Phys. **72**, 257, 1931.
16) G. Placzek, Physik. Zeitschr. **31**, 1052, 1930.
17) B. V. Raghavendra Rao, Proc. Indian academy science (A) **1**, 261, 473 und 765, 1934.
18) B. V. Raghavendra Rao, Proc. Indian academy science (A) **2**, 236–241, 1935.
19) C. V. Raman und K. S. Krishnan, Phil. Mag. **5**, 498, 1928.
20) C. V. Raman und K. S. Krishnan, Proc. Roy. Soc. London (A) **122**, 23, 1929.
21) C. V. Raman und B. V. Raghavendra Rao, Nature **135**, 761, 1935.
22) K. R. Ramanathan, Phys. Rev. **21**, 564, 1923.
23) W. Ramm, Physik. Zeitschr. **35**, 756–773, 1934.
24) Lord Raleigh, Papers **4**, 400.
25) Schüler und Keyston, Zeitschr. f. Phys. **72**, 423, 1931.
26) S. C. Sirkar und O. B. Maiti, Indian Journ. of Physics **9**, 323, 1935.
27) Smith, Herschel, Review of scientific instruments S. 83, 1935.
28) M. v. Smoluchowski, Ann. Phys. **25**, 205, 1908; A. Einstein, Ann. Phys. **33**, 1275, 1910.
29) H. A. Stuart und H. Volkmann, Zeitschr. f. Phys. **83**, 461, 1933.
30) B. Trumpy, Kong. Norske Vidensk. Selsk. Forh. **6**, 169, 1933.
31) J. Weiler, Physik. Zeitschr. **33**, 489, 1932.
32) J. Weiler, Ann. Phys. **23**, 493, 1935; J. Weiler und E. Kappler, Ann. Phys. **25**, 272, 1936; E. Kappler, Ann. Phys. **25**, 280, 1936.

Physikalisches Institut der Universität Leipzig.

(Eingegangen 27. Februar 1937)

Versuche zur Ermittlung des Verlaufes des dielektrischen Nachladestromes

Von Ernst Hippauf und Robert Stein

I. Über die dielektrische Nachwirkung

Schon zur Zeit der uneingeschränkten Alleinherrschaft der klassischen Maxwellschen Elektrodynamik bildeten die Dielektrika einen wunden Punkt dieser Theorie, gemäß welcher sich ihr Verhalten durch zwei Materialkonstante (Dielektrizitätskonstante und Leitfähigkeit) darstellen lassen müßte. Man registrierte damals unter dem Sammelnamen „dielektrische Anomalien" folgende Erscheinungen:

1. Das Fließen von Nachladeströmen bei Gleichspannung.
2. Die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante bei Wechselspannung von der Frequenz.
3. Die „dielektrischen Verluste" bei Wechselspannung.
4. Die Bildung von Rückstandsladungen an einem unter Spannung gestandenen und danach kurzgeschlossenen Kondensator nach Aufhebung des Kurzschlusses.
5. Der nicht exponentielle Verlauf der Abnahme der Spannung bei „Selbstentladung", d. h. nach Abschalten der an einen Kondensator angelegt gewesenen Spannung.

Alle diese Erscheinungen sind heute, allen Deutungsversuchen zum Trotz, im Grunde genommen so ungeklärt wie je. Man kann nur aussagen, daß man es hier nicht mit einer Anzahl voneinander unabhängiger Eigenschaften der Dielektrika zu tun hat, sondern mit verschiedenen Erscheinungsformen einer und derselben Eigenschaft, die man zweckmäßigerweise einheitlich als dielektrische Nachwirkung bezeichnet. Zwischen den Erscheinungen 1, 2 und 3 ist der Zusammenhang sogar mathematisch eindeutig formulierbar, derart, daß man unter gewissen, teils experimentell bestätigten, teils zumindest sehr plausiblen, Voraussetzungen aus der Kenntnis des zeitlichen Verlaufes des Nachladestroms bei Gleichspannung die Änderungen der Dielektrizitätskonstante und die dielektrischen Verluste für jede Frequenz berechnen kann[1]). Der Zusammenhang mit den Erscheinungen 4 und 5 dagegen läßt sich zwar im Prinzip leicht einsehen, konnte aber, wie es scheint, bisher nicht mathematisch erfaßt werden. Jedenfalls kann man den Nachladestrom bei Gleichspannung als die Grunderscheinung und alle anderen „Anomalien" als deren Folge auffassen.

Zur Erklärung der Nachwirkung liegt eine Anzahl von Theorien vor, unter denen zwei Richtungen führende Bedeutung erlangt haben.

Die Wagnersche Theorie[2]) vermag eine Erklärung aller Nachwirkungserscheinungen zu liefern, ohne den Boden der Maxwellschen Theorie zu verlassen, indem sie annimmt, daß alle mit Nachwirkung behafteten Dielektrika eine inhomogene Struktur aufweisen. Zur Stützung dieser Theorie dient vor allem die Erfahrungstatsache, daß mit zunehmender Reinheit eines Dielektrikums, also mit fortschreitender Abnahme der Inhomogenität, die Nachwirkungserscheinungen immer schwächer werden, ohne daß man freilich deren vollständiges Verschwinden feststellen könnte. Man kann aber immer annehmen, daß es eben nicht gelungen ist, die letzten Reste von Inhomogenität zu entfernen und daß diese an der verbleibenden Nachwirkung schuld sind.

Will man hingegen die Nachwirkung als eine besondere physikalische Eigenschaft der Dielektrika auffassen, so stehen einem die auf atomistischen Vorstellungen fußenden Theorien zur Verfügung, die im Vorhandensein von Dipolmolekülen im Dielektrikum die Ursache der Nachwirkung sehen. Die älteste derartige Theorie dürfte die von Schweidler[1]) sein, ferner gehört hierher die Theorie von Debye[2]), die allerdings ursprünglich nur für Gase aufgestellt und erst nachträglich von anderen[3]) zur Erklärung der Nachwirkung an flüssigen und festen Dielektrizis herangezogen wurde, wo ihre quantitative Anwendung beträchtliche theoretische Schwierigkeiten und Unsicherheiten verursacht.

Erwähnenswert ist noch eine von Joffé und anderen russischen Forschern[4]) vertretene Theorie, die die dielektrische Nachwirkung durch das Auftreten einer Polarisationsspannung, ähnlich den Vorgängen in wäßrigen Elektrolyten, erklären will, aber in vielen Punkten auf heftigen Widerspruch gestoßen ist[5]).

Das experimentelle Material über die Nachwirkung umfaßt u. a. zahlreiche Messungen des zeitlichen Verlaufs des Nachladestroms bei Gleichspannung. (Eine Zusammenstellung der älteren einschlägigen Arbeiten enthält das Literaturverzeichnis bei Schweidler[6]).) Das Resultat der meisten derartigen Messungen ist ein Stromverlauf nach einem Potenzgesetz von der Form:

$$I(t) = k \cdot t^{-m}, \quad \text{wobei} \quad 0 < m < 1. \qquad (1)$$

Diese Gleichung kann aber immer nur als empirische Näherungsgleichung mit beschränktem Gültigkeitsbereich gelten, weil sich aus ihr für den ersten Augenblick der Strom $I(0) = \infty$ und ferner das Integral des gesamten Nachladestromes $\int_0^\infty I\,dt = \infty$ ergeben würde. Physikalisch plausibler wäre ein Verlauf nach einem Exponentialgesetz von der Form:

$$I(t) = k \cdot e^{-\alpha t}. \qquad (2)$$

Zu bemerken ist, daß fast alle derartigen Messungen den Strom erst gewisse Zeit nach dem Einschalten erfassen, da sie mit Galvanometern durchgeführt wurden, mit denen man wegen ihrer Trägheit den Strom erst etwa $^1/_2$ Minute, günstigstenfalls 10–20 Sekunden nach dem Einschalten messen kann. Eine Extrapolation des derart ermittelten Stromverlaufes auf kleine Zeiten ist aber um so weniger möglich, als dieser Verlauf in den meisten Fällen der Gleichung (1)

1) Siehe z. B. Schweidler, Ann. d. Phys. 24, 711, 1907.

2) K. W. Wagner, Arch. f. El. **2**, 371, 1914, ferner Schering, Die Isolierstoffe der Elektrotechnik, Springer, Berlin 1924.

1) Schweidler, l. c.

2) P. Debye, Polare Molekeln, Hirzel, Leipzig 1929.

3) W. Kitchin, JAIEE. **48**, 281, 1929, und E. Kirch, ETZ. **53**, 932, 958, 1007 und 1021, 1932.

4) Sinjelnikoff und Walther, Zeitschr. f. Phys. **40**, 786, 1927, ferner Semenoff und Walther, Die physikalischen Grundlagen der dielektrischen Festigkeitslehre, Springer, Berlin 1928.

5) Schiller, Zeitschr. f. Phys. **42**, 246, 1927.

6) Schweidler, l. c.

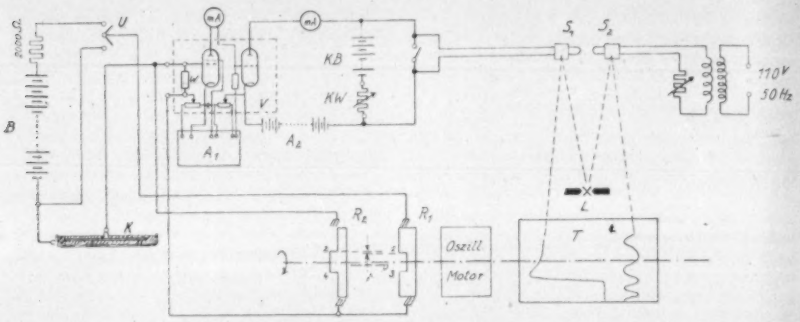


Fig. 1. Schema der Meßanordnung.

genügt, somit den Anschein erweckt, als ob der Strom für kleine Zeiten über alle Grenzen wüchse, was natürlich nicht zutreffen kann. Für die Relationierung des Nachladestromes mit den bei Wechselspannung auftretenden Erscheinungen wäre aber gerade die Kenntnis des Stromverlaufes in den dem Einschaltvorgang folgenden Momenten erforderlich.

Die Ermittlung des Stromverlaufes für kleine Zeiten ist bisher wegen der großen meßtechnischen Schwierigkeiten nur vereinzelt und bei weitem nicht in genügendem Umfang versucht worden. Die Messungen von Sinjelnikoff und Walther[1]) ergaben, bei 0,05 sec beginnend, einen Verlauf nach Gleichung (2), die von Tank[2]) dagegen schon bei 0,0003 sec beginnend, einen solchen nach Gleichung (1). Es liegen also widersprechende Ergebnisse vor, obwohl die beiden Messungen zum Teil das gleiche Dielektrikum (Glas) betreffen.

Es dürften also noch sehr viele Untersuchungen erforderlich sein, um über das Wesen der dielektrischen Nachwirkung bessere Schlüsse zu ermöglichen, um so mehr als auch die zahlreichen vorliegenden Messungen mit Wechselstrombrücken (womit die Erscheinungen 2 und 3 untersucht werden) ein sehr uneinheitliches und verworrenes Bild hinterlassen.

In diesem Sinne soll die nachstehend beschriebene Arbeit einen Beitrag zur Kenntnis des Verhaltens der Dielektrika darstellen. Zur Erreichung dieses Zieles wurde ein neues Verfahren zur direkten Messung des Verlaufes des Nachladestromes bei Gleichspannung mittels eines Schleifenoszillographen ausgearbeitet.

1) Sinjelnikoff und Walther, l. c.
2) F. Tank, Ann. d. Phys. **48**, 307, 1915.

II. Beschreibung der Meßanordnung.

Fig. 1 zeigt das Schema der Meßanordnung unter Weglassung zahlreicher für das Verständnis der Messung unwesentlicher Einzelheiten, wie Abschirmungen, Erdungen usw.

Der Kondensator K mit dem zu untersuchenden Dielektrikum wird in der oberen Stellung des Umschalters U durch die Batterie B aufgeladen, in der unteren Stellung des Umschalters entladen. Der Strom wird in beiden Fällen über den Eingangswiderstand W des Zweiröhren-Gleichspannungsverstärkers V geführt. Der Ausgangsstrom des Verstärkers wird der Oszillographenschleife S_1 zugeführt, wobei der Ruhestrom mittels der Batterie KB und des Widerstandes KW kompensiert wird. Das Oszillogramm zeigt also den zeitlichen Verlauf des durch den Kondensator fließenden Stromes. Die Bestimmung des Maßstabes der Zeitachse erfolgt, indem ein Wechselstrom bekannter Frequenz durch eine zweite Meßschleife S_2 geschickt und somit auf dem Oszillogramm mitregistriert wird.

Die Schleifringschalter R_1 und R_2 dienen zur automatischen Durchführung der Schaltvorgänge. Sie bestehen aus Messingringen, die mittels Hartgumminaben auf der Oszillographenwelle befestigt sind und auf denen je zwei Kontaktfedern schleifen, und zwar die eine ständig, die andere nur zeitweise. Vor Beginn der Messung müssen die Ringe so stehen, daß der Schalter R_1 geöffnet und der Schalter R_2 geschlossen ist. Nach dem Anlassen des Motors öffnet sich automatisch der Belichtungsverschluß, unmittelbar danach schließt sich der Schalter R_1 und bewirkt dadurch die Ladung bzw. Entladung (je nach der Stellung des Umschalters U) des Kondensators. Um den Bruchteil einer Sekunde später (dieses

Zeitintervall entspricht dem in der Skizze einkotierten Abstand δ) öffnet sich der Schalter K_2, der bis dahin den Eingangswiderstand des Verstärkers kurzgeschlossen gehalten hat, so daß von da an der Strom über diesen Widerstand fließen muß. Der Zweck dieser Einrichtung ist der, daß der normale Ladestromstoß gar nicht in die Meßvorrichtung gelangt und nur der folgende Nachladestrom verstärkt und oszillographiert wird.

Von Einzelheiten der vorstehend geschilderten Meßanordnung sei erwähnt: die Elektroden des Meßkondensators K sind eine flache Schale aus verchromtem Messingguß und eine gleichfalls verchromte Eisenplatte mit angeschweißtem Handgriff. Der Elektrodenabstand wird durch drei dazwischengelegte Quarzplättchen erzielt. Die Verwendung eines Schutzringes kann hier infolge der Form der äußeren Elektrode einfach dadurch entfallen, daß das zu untersuchende Material stets in flüssigem Zustande in derartiger Menge eingefüllt wird, daß es die obere Fläche der inneren (plattenförmigen) Elektrode voll bedeckt. Dadurch ist der Kriechweg derartig verlängert, daß auch bei großer Oberflächenleitfähigkeit der Kriechstrom sicher vernachlässigbar klein sein muß.

Die Schaltung des Verstärkers, deren Hauptmerkmal die zur Verstärkung von Gleichspannungen notwendige direkte Widerstandskopplung der beiden Stufen ist, ist auf der Abbildung im wesentlichen ersichtlich. Von besonderer Bedeutung für die ganze Messung ist die Wahl des Eingangswiderstandes W. Die hierfür maßgebenden Überlegungen sollen daher im folgenden etwas näher ausgeführt werden.

Bei der in Rede stehenden Meßanordnung wird nicht der den Kondensator durchfließende Strom selbst, sondern dessen Spannungsabfall an einem Widerstand (eben dem Eingangswiderstand des Verstärkers) gemessen. Es ist daher zunächst naturgemäß wünschenswert, diesen Widerstand möglichst hoch zu wählen, um große Stromempfindlichkeit zu erhalten. Etwas schwieriger ist einzusehen, warum auch die Wahl eines zu großen Widerstandes unzulässig wäre. Jeder Stromänderung entspricht eine Änderung des Spannungsabfalles am Widerstand und dieser wieder eine (entgegengesetzt gleiche) Änderung der Spannung am Kondensator. Diese Änderungen haben aber wieder das Fließen von normalen und anomalen Lade- bzw. Entladeströmen zur Folge. Dadurch also, daß zu Meßzwecken ein Widerstand in den Stromkreis eingeschaltet ist, entsteht eine Abweichung des tatsächlich zu beobachtenden Stromverlaufes von dem ohne Vorhandensein dieses Widerstandes, also vom eigentlich gesuchten.

Die Abweichung besteht nach obigem aus einem normalen Ladestrom und einem Nachladestrom. Der letztere ist jedenfalls vernachlässigbar, sobald die erwähnten Spannungsänderungen gegen die gesamte Meßspannung vernachlässigbar klein sind. In diesem Fall bleibt nur noch der andere Teil der Abweichung, also der durch die Stromänderungen bedingte normale Ladestrom, zu berücksichtigen. Bezeichnen wir ihn mit i, den beobachteten Gesamtstrom mit I, die Kondensatorspannung mit E_c, die geometrische Kapazität des Kondensators, die theoretisch mit der Kapazität bei der Frequenz ∞ identisch ist, mit C_0 und den Widerstand mit W, so gilt:

$$i = C_0 \cdot \frac{dE_c}{dt} .$$

Da andrerseits $dE = -dI \cdot W$ ist, ergibt sich:

$$i = -C_0 W \cdot \frac{dI}{dt} . \qquad (3)$$

Diese Gleichung lehrt, daß man aus der gemessenen Funktion $I(t)$ die gesuchte Funktion $(I - i)(t)$ erhalten kann, beispielsweise auf graphischem Wege, indem man in jedem Punkt die Tangente einzeichnet, auf dieser die einer Abszissendifferenz vom Betrage $C_0 W$ entsprechende Ordinatendifferenz aufsucht und diese vom Wert der gemessenen Kurve subtrahiert bzw. im Fall eines ansteigenden Stromverlaufes addiert (siehe Fig. 2.)

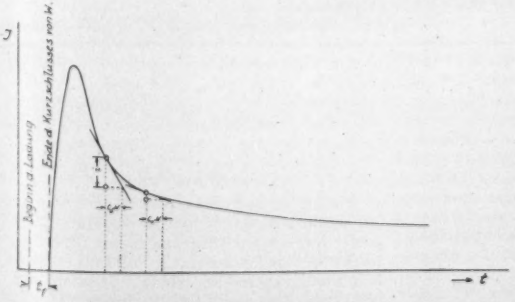


Fig. 2. Schematische Darstellung eines gemessenen Stromverlaufes $I(t)$ und Ermittlung der Funktion $(I - i)(t)$.

Diese Korrektur läßt sich tatsächlich durchführen, aber natürlich nur mit beschränkter Genauigkeit, schon deshalb, weil die geometrische Kapazität sich nur angenähert (mittels ballistischen Galvanometers oder mit einer Wechselstrombrücke bei möglichst hoher Frequenz) ermitteln läßt. Schon aus diesem Grunde ist es also wünschenswert, daß die Korrekturwerte nicht zu hoch werden, was sich nur durch Herabsetzung der Größe des Widerstandes W vermeiden läßt. Diese Forderung wird aber durch folgenden Umstand noch verschärft:

Unmittelbar vor dem Augenblick der Aufhebung des Kurzschlusses des Eingangswiderstandes W (durch den Schleifring R_2) hatte der Kondensator die volle Meßspannung. Die vom Beginn der Ladung (also vom Schließen des Schleifringes R_1) bis zu diesem Zeitpunkt verstrichene Zeit heiße t_1 und der entsprechende Strom $I(t_1)$. Würde nun bei Aufhebung des erwähnten Kurzschlusses am Widerstand W sofort der Spannungsabfall $W \cdot I(t_1)$ auftreten, so würde dieser Vorgang eine sprunghafte Verminderung der Kondensatorspannung um den selben Betrag bedeuten. Dies ist aber (infolge des Widerstandes) nicht möglich, vielmehr muß sich dem zu beobachtenden Nachladevorgang ein normaler, der Spannungsverminderung um $W \cdot I(t_1)$ entsprechender Entladevorgang überlagern. Oder, anders ausgedrückt, da eine unstetige Spannungsänderung am Kondensator unmöglich ist, muß der Spannungsabfall am Widerstand im Augenblick t_1 mit dem Wert 0 beginnen und dann allmählich ansteigen. Da aber dieser Spannungsabfall dem Strom I proportional ist, muß dieser im Augenblick t_1 auf 0 absinken und dann erst mit merklicher Verzögerung (um so langsamer, je größer der Widerstand W ist) wieder den dem Nachladevorgang entsprechenden Wert erreichen. Die Aufnahmen erhalten dadurch das in Fig. 2 skizzierte charakteristische Aussehen.

Theoretisch könnte man zwar die Kurvenkorrektur laut Gleichung (3) (S. 93) auch auf den ansteigenden Ast der Kurven anwenden und dadurch den gesuchten Verlauf des Nachladestromes vom Augenblick der Aufhebung des Kurzschlusses am Widerstand an erhalten. Praktisch würde sich aber dieses Verfahren, bei dem die Korrekturen größer wären als die Kurvenwerte selbst, als viel zu ungenau erweisen. Man kann vielmehr die Kurve erst von der Überschreitung des Maximums an benutzen (das Maximum selbst ist als exakter Punkt der gesuchten Kurve anzusehen, weil dort $\frac{dI}{dt} = 0$ ist) und muß daher trachten, daß dieses Maximum möglichst rasch erreicht wird. Da nun der Anstieg um so steiler erfolgt, je kleiner der Widerstand W ist, bleibt nichts anderes übrig, als diesen Widerstand auf Kosten der Empfindlichkeit der Meßanordnung noch weiter herabzusetzen. Die schließlich getroffene Wahl (0,5 MΩ) erklärt sich somit als Kompromiß zwischen den beiden an die Apparatur gestellten Anforderungen „Empfindlichkeit" und „Trägheitslosigkeit".

Die vorstehenden Überlegungen gelten bei allen Messungen, bei denen der Spannungsabfall an einem zum Meßkondensator in Serie geschalteten Widerstand gemessen und dieser Widerstand während des ballistischen Stoßes kurzgeschlossen gehalten wird. Dies war auch bei der bereits zitierten Arbeit von Sinjelnikoff und Walther der Fall, so daß die Außerachtlassung dieser Erscheinungen einen Mangel und möglicherweise sogar eine beträchtliche Fehlerquelle dieser Arbeit darstellt.

Die Leistungsfähigkeit der beschriebenen Apparatur wird durch zwei Zahlenangaben gekennzeichnet, die die Empfindlichkeit und die Trägheitslosigkeit betreffen.

Die Empfindlichkeit der kombinierten Meßvorrichtung (Verstärker-Oszillograph) hängt von der Empfindlichkeit der verwendeten Schleife, der Steilheit der Verstärkerkennlinie und der Größe des Eingangswiderstandes ab. Die Empfindlichkeit der Schleife betrug im vorliegenden Falle 2,26 mm/mA, der Verstärker lieferte im Mittel etwa 320 mA/V und der Eingangswiderstand betrug 0,52 MΩ. Daraus ergibt sich, daß einem Ausschlag von 1 mm auf dem Oszillogramm ein Strom von $\frac{1}{2{,}26 \cdot 320 \cdot 0{,}52 \cdot 10^6} = 2{,}67 \cdot 10^{-9}$ A entspricht. Die Anordnung erreicht somit ungefähr die Empfindlichkeit eines normalen Spiegelgalvanometers.

Was die Trägheitslosigkeit betrifft, so wird sie, wie schon gezeigt, weniger durch die Oszillographenschleife, als durch die Wirkung des Eingangswiderstandes des Verstärkers eingeschränkt. Durch die besprochene Wahl dieses Widerstandes und durch entsprechende Stellung der beiden Schleifringschalter gelang es, die gesamte Zeit vom Beginn der Ladung bis zur ersten Ablesung (dem Kurvenmaximum auf dem Oszillogramm) auf 0,004 sec zu reduzieren.

III. Messungen

Vor Beginn eigentlicher Messungen wurde das einwandfreie Funktionieren der Apparatur überprüft. Die Kontrollaufnahmen, mit denen der Nachladestrom des leeren, nur mit Luft erfüllten Kondensators gemessen wurde, wiesen anfangs, bei Verwendung von Glasplättchen zur Distanzierung der Kondensatorelektroden, einen merklichen Ausschlag auf, der den Nachladestrom

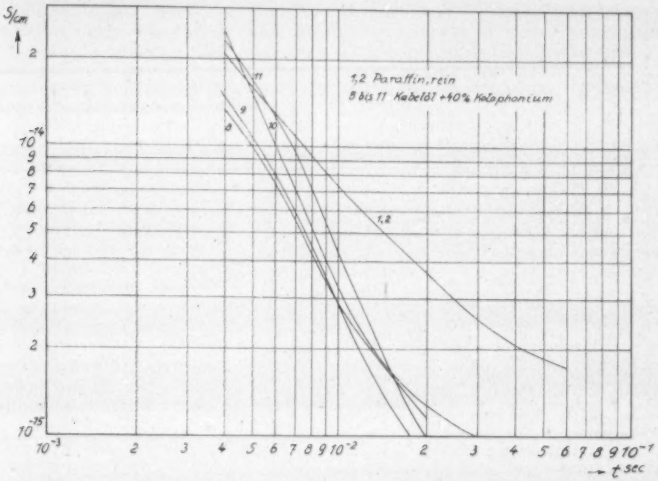


Fig. 3. Nachladeströme dielektrischer Substanzen.

dieser Plättchen, trotz ihres geringen Querschnittes, darstellte. Erst nach Ersetzung dieser Plättchen durch solche aus Quarz, einem Dielektrikum mit viel geringerer Nachwirkung, wurde dieser Ausschlag unmeßbar klein.

Eine Anzahl weiterer Störungen, wie z. B. die Überlagerung von Wechselströmen über den Ausgangsstrom des Verstärkers durch Einwirkung von Streufeldern von Starkstromleitungen usw., konnte durch geeignete Abschirmungsmaßnahmen, deren gesonderte Besprechung hier zu weit führen würde, beseitigt werden.

Die Messung der Kapazität des Versuchskondensators wurde mit Tonfrequenz an einer Wienschen Wechselstrombrücke vorgenommen. Die Kapazität der untersuchten Materialien erwies sich dabei in einem weiten Frequenzbereich als praktisch konstant, so daß sie angenähert der geometrischen Kapazität gleichgesetzt werden konnte.

Im folgenden sollen nun die Ergebnisse einiger mit der beschriebenen Apparatur vorgenommener Messungen wiedergegeben werden. Die Oszillogramme selbst sind in beiden Achsenrichtungen verzerrt; in der Ordinatenrichtung wegen der Krümmung der Verstärkerkennlinie, besonders aber in der Abszissenrichtung wegen der Beschleunigung des Motors. Bei Übertragen der Kurven wurden diese beiden Umstände mittels der Kennlinie bzw. mittels der mitphotographierten Zählfrequenz berücksichtigt. Ferner wurden die Kurven der auf S. 93 erörterten Korrektur [Gleichung (3)] unterzogen.

Als Ordinate wurde für alle in Fig. 3 abgebildeten Kurven nicht der Strom, sondern bereits der auf 1 V, 1 cm Dicke und 1 cm² Querschnitt des Dielektrikums umgerechnete Wert, also die Leitfähigkeit in Siemens/cm, hingegen bei den auf Fig. 5 abgebildeten Kurven der auf 1 V bezogene Strom, also der Leitwert in Siemens, aufgetragen. Bei Messungen von Entladungen sind die Ströme ebenso wie bei den Ladungen nach oben aufgetragen, um ein bequemes Vergleichen zu ermöglichen.

Bei der Wiedergabe der Kurven wurden „doppelt logarithmische" Koordinatensysteme verwendet. In solchen erscheint die Potenzfunktion der Gleichung (1) (S. 91) als Gerade, denn:

$$\ln I(t) = \ln(k \cdot t^{-m}) = -m \cdot \ln t + \ln k \,. \quad (4)$$

Eine Exponentialfunktion laut Gleichung (2) würde hingegen in einem System mit logarithmischem Maßstab nur der Ordinatenachse als Gerade erscheinen. Die Verwendung von solchen „einfach logarithmischen" Systemen war hier überflüssig, da, wie gleich vorweggenommen werden soll, in keinem Fall ein derartiges Exponentialgesetz auch nur annähernd befolgt wurde. Es wurde schon erwähnt (siehe S. 91), daß die Potenzfunktion für die dielektrische Nachwirkung nur eine mehr oder weniger genaue

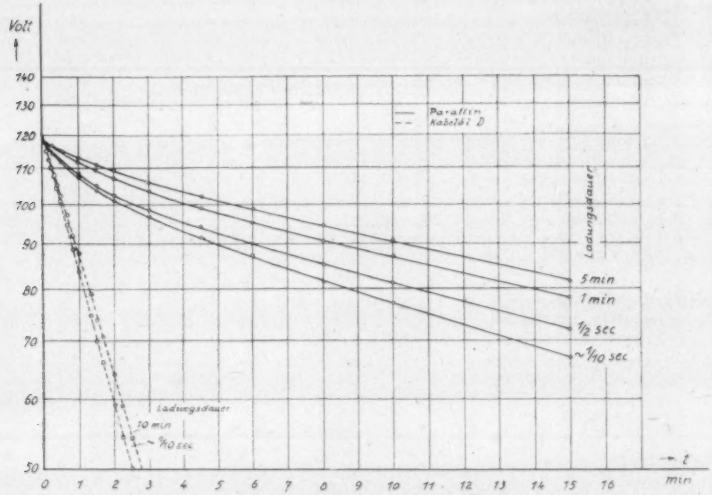


Fig. 4. Selbstentladung dielektrischer Substanzen.

Näherung bedeuten kann. Man müßte, wenn man den Nachladestrom bis zu genügend kleinen Zeiten verfolgt, schließlich eine wesentliche Abweichung des Stromverlaufes von dieser Funktion bemerken.

Es geht aber aus den vorliegenden Messungen, ebenso wie aus der zitierten Arbeit von Tank, hervor, daß der Gültigkeitsbereich der Potenzfunktion sich in manchen Fällen bis zu so kleinen Werten erstreckt, daß seine untere Grenze nicht mehr festgestellt werden konnte[1]).

Als erstes seien Messungen an Paraffin besprochen. Das untersuchte Paraffin hatte einen Schmelzpunkt von 40–42° C, war also bei Zimmertemperatur fest. Es wurde, wie übrigens alle untersuchten Materialien, vor dem Einfüllen in den Kondensator durch Erhitzen im Vakuum möglichst von Lufteinschlüssen und Feuchtigkeit befreit. Die Kurven 1 und 2 (Fig. 3) zeigen die (miteinander fast völlig übereinstimmenden) Nachladeströme bei Ladung und Entladung. Die Kurve ist im logarithmischen System angenähert geradlinig mit einer Neigung von etwa 45°, entspricht also einer Potenzfunktion $k \cdot t^{-m}$ mit dem Exponenten $m = 1$.

1) Für den Umstand, daß ein Potenzgesetz den Verlauf des Nachladestromes so gut wiederzugeben vermag, existiert ein sehr gut brauchbarer Deutungsversuch von K. W. Wagner (Ann. d. Phys. **40**, 817, 1913).

Außer dem Nachladestrom wurde an diesem Paraffin noch der Verlauf der „Selbstentladung" (vgl. S. 90) beobachtet. Hierzu wurde ein Einfadenelektrometer verwendet, und zwar in heterostatischer Schaltung, wobei die Hilfsspannung zwischen den Faden und die eine Schneide gelegt wurde. Diese Aufnahmen (Fig. 4) sind vor allem deshalb von Interesse, weil die hierfür auftretenden „Anomalien" noch bemerkbar sein können, wenn der Nachweis des Nachladestromes mit der vorhandenen Apparatur nicht mehr gelingt, wie es z. B. beim Kabelöl der Fall ist. Wie die Figur zeigt, treten bei der Selbstentladung eines nicht nachwirkungsfreien Dielektrikums folgende „Anomalien" auf:

a) Die Spannung sinkt nicht exponentiell (die Kurven sind im „einfach logarithmischen" Koordinatensystem gekrümmt).
b) Die Spannung sinkt um so rascher, je kürzer die Ladungsdauer war. Auch ist die Erscheinung a) bei kürzerer Ladungsdauer deutlicher.

Ferner wurde ein hochwertiges Kabelöl untersucht, wie es zur Imprägnierung der Papierisolation von Starkstromkabeln verwendet wird. Die dielektrischen Verluste gelten als Kriterium für die Güte der Kabel und werden bekanntlich heute vielfach betriebsmäßig gemessen. Über das Wesen dieser Verluste haben

vor einigen Jahren Diskussionen in der Literatur eingesetzt, wobei einige Autoren[1]) sie nach der Debyeschen Theorie, andere wieder[2]) nach der Wagnerschen Theorie zu erklären versuchten.

Als feststehend kann jedenfalls angenommen werden, daß alle Isolieröle (Transformatoren-, Schalter- und Kabelöle) in flüssigem Zustand keine Nachwirkungserscheinungen zeigen. Das untersuchte Material war nur bei Zimmertemperatur zähflüssig, so daß es von vornherein fraglich war, ob es in diesem Zustand überhaupt Nachwirkungserscheinungen aufweisen würde. Die Oszillogramme zeigten nun bei der Ladung eine gerade noch meßbare Leitfähigkeit von etwa $0{,}25 \cdot 10^{-14}$ S/cm, aber keinen Nachladestrom.

Bei der Untersuchung mit dem Elektrometer ergaben sich zwar keine meßbaren Rückstandsladungen, dagegen weist der Verlauf der „Selbstentladung" (Fig. 4) deutlich die beiden schon an Paraffin beobachteten Erscheinungen auf, womit erwiesen war, daß das Material mit Nachwirkung behaftet war. Besonders der Einfluß der Ladungsdauer scheint bedeutungsvoll zu sein, da er offenbar das schärfste Kriterium für das Vorhandensein von Nachwirkung darstellt.

Hier ist ein qualitativer Vergleich mit den Ergebnissen einer Arbeit von E. Bormann und A. Gemant[3]) möglich. Auch diese Autoren stellen auf Grund von Verlustmessungen bei 50 Hz fest, daß reine Isolieröle nicht nachwirkungsfrei sind. Die dielektrischen Verluste sind aber bei Zimmertemperatur unmeßbar klein und werden erst bei niedrigeren Temperaturen bemerkbar. Offenbar spielt sich der Nachladevorgang bei Zimmertemperatur so rasch ab, daß er einerseits im Oszillogramm nicht mehr sichtbar ist, andererseits in der Verlustmessung bei der niedrigen Frequenz von 50 Hz nicht zur Geltung kommt. Bei niedrigeren Temperaturen verläuft der Vorgang langsamer und müßte dann auch im Oszillogramm bemerkbar werden.

Der geschilderte Sachverhalt läßt sich bemerkenswerterweise sowohl als Debye-Effekt als auch als Wagner-Effekt deuten. Nach Debye hängt nämlich die Geschwindigkeit des Nachwirkungsvorganges von der Viskosität und damit von der Temperatur ab, und zwar derart, daß sie mit wachsender Temperatur steigt. Nach Wagner ist die Leitfähigkeit der „Grundsubstanz" (die Träger von Inhomogenitäten ist) maßgebend, und zwar so, daß qualitativ dieselbe Temperaturabhängigkeit herauskommt.

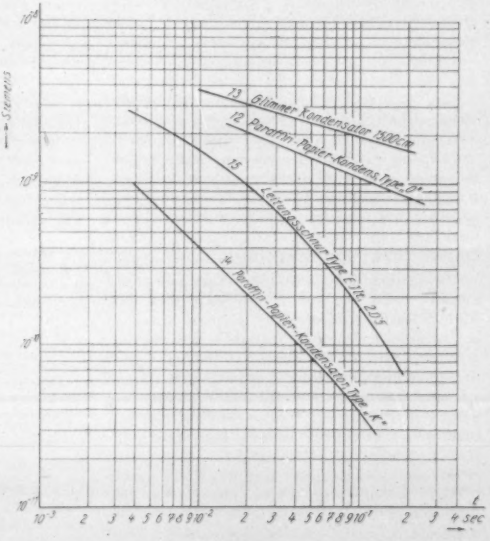


Fig. 5. Nachladeströme technischer Kondensatoren. Anmerkung: Bei Kurve 15 ist der Ordinatenmaßstab mit 10 zu multiplizieren.

Es ist auch möglich, daß sich beide Effekte überlagern und daß beispielsweise bei niederen Frequenzen hauptsächlich ein Wagner-Effekt, bei höheren Frequenzen hauptsächlich ein Debye-Effekt auftritt[1]).

Demselben Kabelöl wurde dann Kolophonium zugesetzt, wie es auch in der Praxis der Kabelfabrikation zwecks Erhöhung der Viskosität geschieht, und zwar im Verhältnis 2 : 5. Durch diesen Zusatz wird die Gleichstromleitfähigkeit herabgesetzt, es treten aber dadurch, wie u. a. aus den zitierten Messungen von Bormann und Gemant hervorgeht, merkliche dielektrische Verluste, bereits bei Zimmer-

1) Kitchin, l. c., und Kirch, l. c.
2) E. Bormann und A. Gemant, Wiss. Veröffentl. d. Siemens-Konz. **11**, 119, 1931.
3) Bormann und Gemant, l. c.

1) Siehe bei A. Gemant, Elektrophysik der Isolierstoffe, Springer, Berlin 1930.

temperatur und einer Frequenz von 50 Hz, auf. Das steht wieder in voller Übereinstimmung mit den vorliegenden Oszillogrammen (Kurven 8–11 auf Fig. 3), die einen starken Nachladestrom zeigen. Die Aufnahmen zeigen teils Ladungen, teils Entladungen, wobei bei den ersteren der der Gleichstromleitfähigkeit entsprechende sog. Reststrom bereits abgezogen ist.

Dieser Einfluß des Harzzusatzes läßt sich nun wieder sowohl nach der Wagnerschen als auch nach der Debyeschen Theorie erklären. Es handelt sich nämlich gegenüber der Nachwirkung des reinen Öles in erster Linie um eine Änderung der Geschwindigkeit des Nachwirkungsvorganges und eine solche Änderung könnte bei einem Debye-Effekt durch die geänderte Viskosität, bei einem Wagner-Effekt durch die geänderte Leitfähigkeit verursacht sein. Schließlich kann man auch, wenn man sich die Nachwirkung des reinen Öles als Wagner-Effekt gedeutet hat, annehmen, daß sich diesem nach dem Zusatz der Dipolsubstanz Kolophonium ein Debye-Effekt überlagert.

Schließlich sind noch die Nachladeströme einiger technischer Kondensatoren auf Fig. 5 wiedergegeben. Die Kurven betreffen einen Glimmerkondensator mit der Kapazität 1500 cm, zwei Wickelkondensatoren aus paraffiniertem Papier mit der Kapazität 200 (Kurve 12) bzw. 500 cm (Kurve 14) und schließlich ein etwa 20 m langes Stück einer gewöhnlichen mit Gummi isolierten zweiadrigen Leitungsschnur. Das Ergebnis dieser Messungen ist, daß mit Ausnahme der Leitungsschnur das Potenzgesetz t^{-m} gut befolgt wird. (Dabei nehmen die Exponenten m für die Kurven 12, 13, 14 die Werte 0,4, 0,24 und 0,91 an.) Bemerkenswert ist an diesen Aufnahmen hauptsächlich der große Unterschied zwischen den beiden Papierkondensatoren, von denen der eine trotz der größeren Kapazität einen wesentlich kleineren Nachladestrom hat. Bei diesem Kondensator ist nämlich die Tränkung mit Paraffin unter Vakuum vorgenommen, während der andere bloß durch Hineinlegen in ein Paraffinbad getränkt ist. Der große Unterschied, den diese Abweichung in der Herstellungsweise ausmacht, zeigt deutlich, wie sehr die Nachwirkung von Faktoren wie Lufteinschlüssen, Feuchtigkeitsgehalt usw. abhängt.

Zum Schluß dieser Arbeit kommen wir einer angenehmen Pflicht nach, indem wir dem Vorstand des III. Physikalischen Institutes der Universität Wien, Herrn Prof. Ehrenhaft sowie Herrn Dr. Groetzinger, für manchen wertvollen Rat an dieser Stelle danken.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit soll einen Beitrag zur Kenntnis des physikalisch und technisch bedeutungsvollen Erscheinungskomplexes der dielektrischen Nachwirkung liefern. Davon ausgehend, daß sich die verschiedenen Erscheinungsformen der dielektrischen Nachwirkung auf die Grunderscheinung der Nachladung zurückführen lassen, wurde ein Verfahren gesucht, den Nachladestrom in möglichst kleinen Zeiten nach Beginn der Ladung oder Entladung zu messen. Zu diesem Zwecke wurde eine Meßanordnung mit Gleichstromverstärker und Schleifenoszillograph ausgearbeitet.

Es wurden Messungen an verschiedenen Dielektrizis sowie an technischen Kondensatoren vorgenommen. Als wesentliches Ergebnis der meisten Messungen konnte nachgewiesen werden, daß der Nachladestrom sich schon überraschend kurze Zeit nach seinem Beginn durch die Potenzfunktion t^{-m} wiedergeben läßt.

Wien, III. Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 2. Juni 1937)

Über die Spektren des Zäsiummoleküls

Von W. Finkelnburg und O. Th. Hahn

Über das Zäsiummolekül Cs_2 ist im Vergleich zu den anderen Alkalimolekülen nicht viel bekannt. Am ausführlichsten sind die Absorptionsuntersuchungen von Loomis und Kusch[1]). Wir haben das Zäsiumspektrum in Emission und Absorption untersucht und geben im folgenden, da die Arbeit aus äußeren Gründen abgebrochen werden mußte, kurz die über das bisher Bekannte hinausgehenden Ergebnisse.

Alle Untersuchungen wurden mit Osram-Leuchtröhren mit Oxydkathoden und Argon als Grundgas ausgeführt. Die Aufnahmen wurden in erster Ordnung am 3-m-Gitter des Instituts (Dispersion 5,5 AE/mm) gemacht. Zur Verwendung gelangten Agfa-Platten. Das Leuchtrohr befand sich bei Untersuchung der Absorption in einem elektrischen Ofen. Gearbeitet wurde mit 0,002 bis 200 mm Druck und 28 mm Schichtdicke; als Lichtquelle diente eine Wolfram-Punktlampe. Bei den Emissionsuntersuchungen wurde das Leuchtrohr mit Wechselstrom von

1) Loomis und Kusch, Phys. Rev. **46**, 292, 1934; **49**, 217, 1936. Siehe auch R. Rompe, Zeitschrift f. Phys. **74**, 175, 1932. — H. Krefft, Zeitschrift f. Phys. **77**, 752, 1932 (Emission). — J. M. Walter und S. Barratt, Proc. Roy. Soc. Lond. (A) **119**, 257, 1928). — E. Matuyama, Nature **133**, 568, 1934.

220 Volt bei 6 Amp betrieben; der Spannungsabfall am Rohr lag je nach Dampfdruck zwischen 12 und 70 Volt.

In Absorption wurden sämtliche von Loomis und Kusch angegebenen Banden gefunden, mit Ausnahme seiner Bandengruppe IX zwischen 7400 und 7230 AE. Von diesen war auf unseren Platten keine Spur festzustellen, obwohl bei dem höchsten verwendeten Druck die Grenzen der übrigen Absorptionsgebiete nach beiden Seiten weiter hinausgeschoben waren als bei Loomis und Kusch.

Es gelang uns, das ultrarote System, von dem Loomis und Kusch 44 Banden zwischen 10457 und 9223 AE gemessen hatten, erheblich zu erweitern. Tabelle I gibt die Mittelwerte der 118 von uns zwischen 11292 und 9077 AE gemessenen Banden. Der mittlere Fehler unserer Messungen beträgt ± 0,2 AE. Ein Vergleich unserer neuen Messungen mit der von Loomis und Kusch vorgeschlagenen Einordnung zeigt, daß

Tabelle I

λ	ν	λ	ν	λ	ν
9076,75	11017,2	9635,78	10378,0	10368,59	9644,5
9099,98	10989,0	9640,10	10369,0	10407,94	9608,0
9104,46	10983,6	9673,85	10337,1	10413,20	9603,1
9107,34	10980,1	9677,12	10333,7	10451,70	9567,6
9124,73	10959,2	9712,19	10296,3	10457,06	9562,9
9132,06	10950,4	9716,09	10292,2	10494,02	9529,2
9135,38	10946,5	9750,81	10255,5	10499,80	9524,0
9138,32	10942,9	9757,55	10248,4	10502,53	9521,5
9157,80	10919,6	9788,49	10216,2	10529,94	9496,7
9160,68	10916,2	9795,10	10209,2	10582,52	9449,5
9164,90	10911,1	9827,68	10175,3	10590,48	9442,4
9167,84	10907,7	9830,99	10171,9	10627,88	9409,2
9187,64	10884,2	9835,24	10167,5	10635,90	9402,1
9190,05	10881,3	9866,77	10135,0	10670,03	9372,0
9191,98	10879,0	9874,12	10127,5	10680,12	9363,2
9196,11	10874,2	9906,25	10094,6	10717,41	9330,6
9222,93	10842,5	9912,06	10088,7	10727,12	9322,1
9227,14	10837,6	9947,61	10052,7	10763,56	9290,6
9229,66	10834,6	9951,92	10048,3	10772,24	9283,1
9257,66	10801,9	9987,72	10012,3	10805,85	9254,2
9261,66	10797,2	9991,60	10008,4	10810,78	9250,0
9284,02	10771,2	10028,83	9971,2	10815,90	9245,6
9286,01	10768,9	10032,82	9967,4	10854,13	9213,0
9290,19	10764,0	10070,68	9929,8	10864,44	9204,3
9318,88	10730,9	10073,58	9926,9	10901,34	9173,2
9322,30	10727,0	10109,97	9891,2	10907,69	9167,8
9350,02	10688,3	10114,76	9886,5	10949,25	9133,1
9388,55	10651,3	10151,45	9850,8	10955,49	9127,8
9419,02	10616,8	10156,52	9845,9	10959,08	9124,8
9422,57	10612,8	10194,90	9808,8	10996,91	9093,5
9455,29	10576,1	10198,75	9805,1	11004,18	9087,4
9460,90	10536,4	10273,56	9767,9	11045,45	9053,5
9493,32	10533,7	10241,15	9764,5	11053,40	9047,1
9525,81	10497,8	10279,48	9728,1	11095,97	9012,2
9529,68	10493,5	10282,37	9725,4	11101,88	9007,5
9564,06	10455,8	10284,14	9723,7	11141,75	8975,3
9568,73	10450,7	10320,74	9689,2	11144,05	8973,4
9599,69	10417,0	10326,41	9683,9	11192,80	8934,3
9606,10	10410,1	10364,90	9647,9	11243,60	8893,9
				11292,12	8855,7

diese nicht richtig sein kann. Es laufen deutlich mehrere, über sehr weite Bereiche praktisch äquidistante Bandenzüge durcheinander. In den einzelnen Banden zeigte sich eine Struktur angedeutet. Der mittlere Abstand zweier „Linien" besitzt die Größenordnung 1 cm^{-1}, ist also für echte Rotationsstruktur zu groß (vgl. Tabelle II), sodaß hier möglicherweise doch eine Schwingungsstruktur vorliegt und das ultrarote System bei weitem nicht so einfach gebaut wäre, wie es auf den ersten Blick erscheint. Dieser Schluß wäre in Übereinstimmung mit dem Ergebnis bei K_2, wo nach Crane und Christy[1]) sowie Loomis und Nußbaum[2]) das ultrarote System ebenfalls ein Gruppenspektrum ist und keineswegs aus wenigen langen Bandenzügen besteht. Erst Untersuchungen mit sehr viel größerer Dispersion können diese Frage klären.

In Emission konnten wir in der Entladung außer den stark verbreiterten Linien und ihren Begleitern lediglich drei diffuse Banden mit Maxima bei 7187, 7127 und 7060 AE beobachten, deren Intensität mit steigendem Dampfdruck sehr viel schneller anwuchs als die der verbreiterten Linien. Die gleichen Banden traten auch in Absorption auf. Photometerkurven dieser bisher nur in Absorption festgestellten Banden[3]) zeigten in Emission wie in Absorption bei den langwelligen symmetrische Intensitätsverteilung. Die kurzwellige Bande erscheint in Emission ebenfalls nahezu symmetrisch, während sie in Absorption aus einem kurzwelligen kontinuierlichen Maximum und einer etwas langwelligeren liegenden engen Liniengruppe besteht. Bei geringer Dispersion entsteht hierdurch der Eindruck einer Doppelbande. Drei Kanten dieser feinen Struktur sind bei Loomis und Kusch (l. c. unter VIII) angegeben, wo auch die diffusen Banden erwähnt werden. Die Tatsache, daß von Cs_2 allein diese Banden intensiv in Emission beobachtet werden konnten, scheint uns als Grundlage einer Deutung wesentlich zu sein. Die Banden sind in Emission von einem Untergrund begleitet, der sich bei hohem Dampfdruck auf der kurzwelligen Seite bis 6850, auf der langwelligen bis 7350 AE ausdehnt.

Die von Krefft[4]) angegebenen Banden im Gebiet 8350 bis 8170 AE fanden eine überraschende Deutung. Aufnahmen des gesamten Ultrarot ergaben nämlich, daß vom Kern der eingeschnürten Cs-Entladung die Resonanzlinien in einer Breite von über 2000 AE emittiert

1) Phys. Rev. **36**, 421, 1930.
2) Phys. Rev. **39**, 89, 1932.
3) Auf unveröffentlichten Aufnahmen kleiner Dispersion der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung, Berlin, finden sich diese Bänder nach persönlicher Mitteilung auch in Emission.
4) H. Krefft, l. c.

werden. Die Strahlung des kurzwelligen Ausläufers der Linie 8521 AE wird nun durch den den Entladungskern umgebenden molekularen Cs_2-Dampf so stark absorbiert, daß die zwischen den Absorptionsmaxima übrig bleibenden Teile des Linienflügels den Eindruck von Emissionsbanden erwecken. Bei stark eingeschnürter Entladung beobachtet man also diese Pseudoemissionsbanden, bei geringer Dicke der absorbierenden Dampfhülle dagegen nur Absorptionsbanden auf dem Untergrund der verbreiterten Linie. Zahlreiche Aufnahmen unter verschiedensten Bedingungen zeigen dies aufs Deutlichste.

Um einen Überblick über die beim Cs_2-Molekül zu erwartenden Ergebnisse zu erhalten, haben wir die wichtigsten Moleküldaten durch Extrapolation von den übrigen Alkalien aus bestimmt. Die so erhaltenen Werte können natürlich keinen Anspruch auf große Genauigkeit machen, scheinen aber als Anhaltspunkte wertvoll.

Ein Vergleich der Schwingungsquanten der Alkalimoleküle zeigt nämlich, daß der Quotient der Schwingungsquanten zweier Elektronenzustände für alle Alkalien nahezu konstant ist, genauer vom Li zum Cs um einige Prozent abfällt. Da die Schwingungsquanten des Grundzustandes und des C-Zustandes[1]) für alle Alkalien, die des zum ultraroten System gehörenden B-Zustandes für die ersten drei Alkalien bekannt sind, ließ sich ω_B aus $\frac{\omega_0}{\omega_B}$ sowie $\frac{\omega_0}{\omega_C}$ bestimmen. Das übereinstimmende Ergebnis war für Cs $\omega_B = 32\,\mathrm{cm}^{-1}$ für Rb $\omega_B = 44\,\mathrm{cm}^{-1}$. In ähnlicher Weise ließ sich die Dissoziationsenergie des B-Zustandes extrapolieren. Sie ergab sich beim Cs zu $D_B = 0{,}6$ Volt, beim Rb zu $D_B = 0{,}65$ Volt.

Zur Berechnung des Kernabstandes r_0, des Trägheitsmomentes I_0 sowie der Rotationskonstanten B_0 wurden die von Badger angegebenen Formeln[1]) benutzt. Der Vergleich der aus ihnen berechneten Werte mit den experimentell bekannten der Moleküle Li_2, Na_2, K_2 ergab, daß der Mittelwert der aus den beiden Badgerschen Formeln sich ergebenden Werte am besten mit der Beobachtung übereinstimmt. Diese Mittelwerte wurden deshalb auch für die Moleküle Rb_2 und Cs_2 berechnet. Die Ergebnisse zeigt Tabelle II in Form einer Zusammenstellung der Molekülkonstanten des Grundzustandes und des B-Zustandes. Dabei sind die von uns extrapolierten bzw. berechneten Werte in Kursivschrift eingetragen.

Tabelle II

		ω_0 in cm^{-1}	D in Volt	r_0 in AE	$I_0 \cdot 10^{40}\,\mathrm{g\,cm}^2$	B_0 in cm^{-1}
Rb_2	B	*44*	*0,65*			
	A	57,8	0,49	*4,23*	*1260*	*0,022*
Cs_2	B	*32,4*	*0,6*			
	A	41,99	0,45	*4,55*	*2270*	*0,012*

Wir möchten nicht versäumen, auch an dieser Stelle Herrn Prof. Rau für sein Interesse an der Arbeit unseren herzlichsten Dank auszusprechen. Zu Dank verpflichtet sind wir ferner der Studien-Gesellschaft für elektrische Beleuchtung (Osram-Konzern) für ihre Unterstützung, besonders durch Überlassung der benutzten Cs-Röhren sowie der I. G. Farbenindustrie (Filmfabrik) für die Überlassung ihrer schönen Ultrarotplatten.

1) Bezeichnung s. H. Sponer, Molekülspektren II, S. 12–14. Springer 1935.

1) Journ. Chem. Phys. **2**, 128, 1934; Phys. Rev. **48**, 284, 1935. Eine Berechnung der Konstanten der bekannten Alkalimoleküle mittels der sonst angegebenen Formeln, besonders der neuen von Crespin und Désirant (Bull. Acad. Belg. **23**, 308, 1937), ergab bedeutend weniger gute Übereinstimmung als die mit den Formeln von Badger.

Darmstadt, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 2. Oktober 1937)

BESPRECHUNGEN

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten

F. Baur, Einführung in die Großwetterforschung. 51 S. mit 12 Abb. Mathematisch-Physikalische Bibliothek, Reihe I Nr. 88. B. G. Teubner in Leipzig, 1937. Kart. RM 1.20.

In der vorliegenden kleinen Schrift gibt der durch die Herausgabe der langfristigen Wettervorhersagen bekannte Leiter der Deutschen Forschungsstelle für langfristige Wettervorhersage des Reichsamtes für Wetterdienst, Professor Baur, eine kurze Schilderung der Grundlagen und Methoden der Großwetterforschung. In den einzelnen Kapiteln wird zunächst der Einfluß der mittleren Luftdruckverteilung auf das Großwetter untersucht, mit dem Ergebnis, daß für den Bodendruck keine unbedingt „funktionellen" Zusammenhänge bestehen, während die Druckverteilung in der Stratosphäre von viel größerer Bedeutung ist. Sodann wird der Wärmehaushalt der Atmosphäre und der allgemeine Kreislauf sowie dessen Schwankungen behandelt. Recht interessant ist auch die Zusammenstellung der Witterungsperioden und

Wetterrhythmen, wobei besonders die Brücknersche Klimaschwankung und die Weickmannschen Symmetriepunkte im Luftdruck erwähnt werden. Schließlich bespricht Baur noch kurz die geophysikalischen und kosmischen Einflüsse auf das Großwetter, wobei er dem alten Mondaberglauben und den „Astrometeorologen" entgegentritt, um als einzigen sicheren kosmischen Einfluß von Bedeutung die Schwankungen der Sonnenstrahlung und die Sonnenflecken zu behandeln. In einem letzten Kapitel wird die Entstehung einer Zehntagevorhersage und auch die Grundlage jahreszeitlicher Vorhersagen kurz umrissen.

Das Büchlein ist klar und einfach geschrieben und enthält bei aller Kürze doch die wichtigsten Tatsachen und Probleme der Großwetterforschung, so daß es jedem, besonders den Benutzern der Langfristvorhersagen zum Verständnis derselben und allgemein als Einführung in dieses große neue Gebiet willkommen sein wird.

Robert Lauterbach.

E. Einecke, Das Gallium. Eine kritische Würdigung der Erkenntnisse mit experimentellen Beiträgen. Gr.-8°. 155 S. Mit 17 Abb. Leipzig 1937. J. A. Barth. Broschiert RM 12.—.

Obwohl das Gallium schon seit 70 Jahren bekannt ist, sind die physikalischen und chemischen Eigenschaften des Elements und seiner Verbindungen durchaus noch nicht ausreichend bekannt; denn bei der schwierigen Zugänglichkeit des Materials haben sich nur wenige Forscher mit ihm beschäftigen können. Das ist um so bedauerlicher, als sowohl die Physik wie die Chemie des Galliums zahlreiche interessante Probleme bietet. Der Verfasser des vorliegenden Bändchens hat in dankenswerter Weise das bisher Bekannte zusammengestellt und nach Möglichkeit kritisch gesichtet. Bei der Durchsicht des Bändchens ist klar zu ersehen, wie viel es hier noch zu erforschen gibt. Da jetzt das Gallium leichter zugänglich ist, darf man hoffen, daß diese Monographie — zusammen mit dem soeben erschienenen Band „Gallium" des Gmelinschen Handbuches — zu einer intensiveren Bearbeitung dieses Gebietes anregen wird. Klemm.

Arthur Haas, Elementare Physik. 204 S. 85 Textabbildungen. Wien 1937. Verlag von Julius Springer. Geheftet RM 4.80.

Arthur Haas will mit diesem Büchlein dem Chemiker, Mediziner oder physikalisch interessierten Laien eine Einführung und einen Überblick über das Gesamtgebiet der Physik verschaffen. Er beschränkt sich dabei nicht nur auf die sogenannte klassische Physik, sondern fügt in knapper und übersichtlicher Form auch die Ergebnisse der neuen Forschung bei, besonders solche, die den Aufbau der Materie deuten helfen. Das Büchlein stellt einen Versuch dar, fast alle die physikalischen Erscheinungen, die wir in den Lehrbüchern Westphal oder Grimsehl finden, in kürzester Darstellung und ohne mathematische Vorkenntnisse vorauszusetzen, zu beschreiben. Wegen der knappen und prägnanten Form und der Reichhaltigkeit des Gedankeninhalts ist die Lektüre für den Nichtphysiker nicht ganz einfach; eine aufmerksame Durchsicht des Büchleins kann ihm jedoch sehr viele neue Kenntnisse vermitteln. Dem Physiker und besonders demjenigen, der sich auf irgendwelchen Teilgebieten spezialisiert hat, bietet dieses Büchlein die Möglichkeit, binnen kürzester Zeit sich wieder einen Überblick über die Gebiete der Physik zu verschaffen, die seinen augenblicklichen Interessen etwas entrückt sind. Folgende Kapitel scheinen wegen ihrer Klarheit und Einfachheit, ohne oberflächlich zu sein, besonders geglückt: Akustik, Schallintensitäten, Raumakustik; Wärme lehre, zweiter Hauptsatz, besonders die Darstellung des Carnotschen Kreisprozesses, Herstellung tiefster Temperaturen; Optik, Lichtgeschwindigkeit, Lichtausbreitung, Spektroskopie; Elektrizitätslehre, der elektrische Aufbau der Materie. Das letzte Kapitel stellt natürlich nur eine Übersicht der letzten Erkenntnisse dar und bringt keine Begründungen oder theoretischen Grundlagen. Nur ganz kurz behandelt werden die technischen Anwendungen der physikalischen Erkenntnisse, besonders der Elektrizitätslehre. Es wird kein weiteres Lehrbuch der Physik geben, in dem bei 200 Seiten Umfang alle Teilgebiete so erschöpfend dargestellt werden.

H. E. Hollmann, Physik und Technik der ultrakurzen Wellen. Zwei Bände. IX u. 326 S. mit 381 Abb., bzw. VIII u. 306 S. mit 383 Abb. Berlin 1936. Julius Springer. RM 69.—.

Schon immer hat das Gebiet der ultrakurzen und kürzesten elektrischen Wellen seinen Reiz auf die Forscher und Techniker ausgeübt und seitdem uns die Entwicklung der Elektronenröhren in den letzten Jahren immer bessere Mittel zur Erzeugung solcher Wellen geliefert hat, ist die Zahl der Arbeiten auf diesem Gebiet immer größer und größer geworden. Je mehr Veröffentlichungen aber erschienen sind, desto mehr machte sich der Mangel einer zusammenfassenden Darstellung aller bisher geleisteten Arbeit bemerkbar. In dem vorliegenden Buch ist dieser Mangel gründlich behoben worden. Denn der Verf. hat aus der überreichen Zahl der Arbeiten über ultrakurze Wellen alles Wesentliche, was zum Verständnis des Geleisteten und zur Möglichkeit der Weiterentwicklung notwendig ist, in fleißiger Arbeit zusammengetragen. So ist natürlich weniger eine kritische Würdigung der bisher geleisteten Arbeit von einer einheitlichen Auffassung der vorliegenden Probleme her entstanden, als eine ausführliche Monographie der ultrakurzen Wellen. Aber noch ist auf diesem speziellen Gebiet die Entwicklung zu sehr im Fluß, so daß die dringendste Notwendigkeit gerade ein Buch in der vorliegenden Art war. Die Fülle des gesammelten Materials zwang zu einer Aufteilung in zwei Bänder. Der Inhalt ist kurz folgender:

I. Band: Erzeugung ultrakurzwelliger Schwingungen. Die Erzeugung quasioptischer Wellen durch Funkenerregung. Die Erzeugung ultrakurzer Wellen durch Rückkopplung. Die Bremsfeldmethode. Das Magnetron. Die Erzeugung ultrakurzer Wellen durch Elektronenströmungen. — II. Band: Die ultrakurzen Wellen in der Technik. Empfang und Nachweis quasioptischer Wellen. Ausstrahlung und Bündelung. Die Ausbreitung der ultrakurzen Wellen. Die ultrakurzen Wellen in der Technik. Demonstrationen und Modellversuche mit ultrakurzen Wellen. Ultrakurzwellenmeßtechnik.

Jeder der hier angeführten Hauptabschnitte stellt eine ausführliche und abgeschlossene Behandlung des darin beschriebenen Stoffes dar, so daß jederzeit eine eingehende Orientierung über eine gerade interessierende Frage ermöglicht ist. Daß z. B. im ersten Band die Bremsfeldmethode eine verhältnismäßig breite Ausführung erfährt, ist verständlich, da der Verf. auf diesem Gebiet selbst sehr viele und erfolgreiche Untersuchungen und Entwicklungsarbeiten durchgeführt hat. Es ist schade, daß in dem Buch die Behandlung des Magnetrons doch wohl etwas kürzer wegkommt, als es seiner heutigen Bedeutung als Schwingungserzeuger — insbesondere für kürzeste Wellen — entspricht.

Das Lesen der flüssig geschriebenen Abschnitte wird dankenswerterweise nicht durch störende Fußnoten unterbrochen und der am Ende der einzelnen Bände angeführte ausführliche Quellennachweis wird bei eigenen Studien zum tieferen Eindringen in irgendwelche Fragen der Physik oder Technik der ultrakurzen Wellen vor allem bezüglich des älteren Schrifttums immer ein notwendiges Hilfsmittel sein. So stellt insgesamt das Buch ein wertvolles und für den Techniker, der an der Entwicklung der Ultrakurzwellentechnik mitarbeitet, geradezu unentbehrliches Hilfsmittel dar, so daß die Beschaffung nur wärmstens empfohlen werden kann. Leider ist aber durch die an sich begrüßenswerte ganz hervorragende Ausstattung des Buches — wohl vor allem durch die vielen, oft bestechend schönen Abbildungen — der Preis der beiden Bände sehr hoch, so daß es wohl bei manchem ernsthaften Interessenten doch nur bei dem Wunsche bleiben wird, das Buch zu besitzen. Otterbein.

„Hütte", Taschenbuch der Stoffkunde (Stoffhütte). Hrsgeg. vom Akad. Ver. Hütte, e. V. Bearbeitet unter Mitwirkung führender Fachmänner von Dr.-Ing. Georg Sinner. Kl.-8°. XIX u. 1008 S. Mit vielen Abbildungen. Berlin 1937. Wilhelm Ernst & Sohn. Leinen RM. 24.—.

Zu keiner Zeit war das Bedürfnis nach rascher zuverlässiger Unterrichtung über die Eigenschaften, Behandlung, Herkunft, Prüfung von Werkstoffen aller Art so dringend wie heute. Die „Stoffhütte", im richtigen Augenblick neu erschienen, wird daher durchaus nicht nur dem eigentlichen Techniker, sondern auch jedem wissenschaftlich oder technisch tätigen Physiker beim Planen und Ausführen von experimentellen Arbeiten ein unschätzbarer Helfer sein. In aller Kürze, beschränkt auf das Wesentliche, wird tatsächlich die ganze große Mannigfaltigkeit der Werkstoffe behandelt. Zahlreiche Hinweise auf das Sonderschrifttum zeigen den Weg zu den vorhandenen eingehenden Darstellungen. Drei allgemeine Abschnitte leiten das Werk ein: Chemische und chemisch-physikalische Grundlagen; Mechanisch-technologische Eigenschaften; Werkstoffverhaltung. Dann folgt der Hauptteil: Industrielle Werkstoffe (Metalle, mineralische Stoffe und Glas, Holz und Kork, Faserstoffe, Kunststoffe, Häute und Leder, Gummi). Brenn- und Treibstoffe bilden einen eigenen Abschnitt, dem ein besonders vielseitiger und lehrreicher Teil: Hilfs- und Nebenstoffe folgt (mit so wichtigen Abschnitten wie Wasser, Schmiermittel, Fette, Öle, Wachse, Klebmittel, Sprengstoffe, Isoliermittel, Hartstoffe, Löt- und Schweißmittel). „Werkstoffumstellung" behandelt der letzte Teil, dem ein wertvoller Anhang mit Tafeln, schließlich ein reichhaltiges Sachverzeichnis folgt. Das Buch ist ein kleines Werkstoffhandbuch und wird an vielen Stellen die besten Dienste tun.

L. Ebert.

P. Lenard, Große Naturforscher. Eine Geschichte der Naturforschung in Lebensbeschreibungen. 3., vermehrte Auflage. Gr.-8°. 344 S. Mit 70 Bildnissen. München 1937. J. F. Lehmann. Geh. RM 8.—, geb. RM 9.60.

Während in den Geisteswissenschaften die Geschichte von jeher eine große Rolle spielt, hat man sich in Naturwissenschaft und Technik erst in neuerer Zeit etwas mehr darauf besonnen, daß auch hier der Weiterstrebende oft außerordentlichen Nutzen durch Vertiefung in die Geschichte haben kann. Trotzdem ist die Zahl der geschichtlichen Darstellungen noch recht gering. Zu den neueren und bemerkenswerten gehört Lenards „Große Naturforscher", die der Referent seit ihrem ersten Erscheinen (1929) immer wieder in Mußestunden besonders gern in die Hand genommen hat. Hierfür kommen insbesondere zwei Gründe in Betracht. Erstens handelt es sich hier nicht um eine trockene historische Aneinanderreihung von Tatsachen, sondern um eine lebendige Darstellung des Werkes der größten Forscher, aufgezeigt im Rahmen ihres Lebens und in der Verknüpfung mit ihren großen Vorgängern. Zum andern tritt aus der Darstellung auch die stets originelle Art des Darstellenden plastisch hervor, der gern die Fäden aus großer Vergangenheit in die lebendige Gegenwart spinnt; so z. B., wenn er an die hydrodynamisch-mathematischen Leistungen eines Helmholtz, der selbst an keiner Hochschule Mathematik studierte, die Erwägung knüpft, daß hier allein der Mensch maßgebend ist und daß es umgekehrt sinnlos ist, die künftigen Lehrer der Jugend allzusehr mit ausgedehntesten mathematischen Studien zu quälen.

Für die Auswahl der dargestellten Forscher war maßgebend, daß er „ganz Neues, für die Erkenntnis der Natur, für das Weltbild und die Stellung des Menschen in der Natur Wesentliches oder wesentlich Gewordenes beigebracht hat". Den notwendigen zeitlichen Abstand für eine von den Einflüssen des Tages freie Darstellung sichert sich Lenard dadurch, daß er — mit zwei Ausnahmen (van der Waals und Crookes) — nur Forscher behandelt, die den Krieg nicht überlebt haben. Wenn man so auch Namen, wie Curie, Röntgen, Rutherford, vergeblich suchen wird, so wird man doch in dieser zeitlichen Begrenzung die weise Beschränkung eines so temperamentvollen Forschers, wie Lenard es ist, doppelt anerkennen müssen.

Daß die ganze Darstellung von hoher Warte aus geschrieben ist, braucht in Anbetracht der Persönlichkeit des Verfassers, der selbst so große Leistungen im Aufbau der modernen Physik aufzuweisen hat, kaum betont zu werden. Besonders zu danken sind noch seine Bemühungen, möglichst von allen behandelten Forschern gute Bildnisse beizubringen. Sie tragen zur Verschönerung des Werkes bei, das junge und alte Physiker auch weiterhin stets mit Befriedigung und Nutzen lesen werden.

L. Schiller.

G. Mie, Die Denkweise der Physik und ihr Einfluß auf die geistige Einstellung des heutigen Menschen. 37 Seiten. Stuttgart 1937. F. Enke. RM 1.—.

G. Mie gehört zu der nicht geringen Zahl moderner Physiker, die den Zusammenhang ihrer Forschung mit der philosophischen Besinnung nicht verloren haben. Die vorliegende Schrift, aus einem Vortrag in der Luther-Akademie hervorgegangen, gilt dem Verhältnis und der Verträglichkeit der Naturwissenschaften und des christlichen Glaubens. Der Verfasser sieht einen geisteswissenschaftlichen Zusammenhang der wissenschaftlichen Forschung mit dem protestantischen Christentum, mit dem sie den Wahrheitswillen als gemeinsamen Nährboden gemeinsam hat. (Man erinnere sich an Max Webers Inbeziehungssetzung von Protestantismus und Kapitalismus, um die Mannigfaltigkeit und Problematik solcher geistesgeschichtlichen Parallelen, an denen etwas ist und die zugleich zur Kritik herausfordern, zu würdigen.) Aber „der Wurm, der an den schönsten Blüten des menschlichen Geistes nagt, ist die Selbstvergottung". „Ich will versuchen zu zeigen, daß ... die Wahl ... zu treffen ist, ob man ein stolzer Mensch sein will, der sich Gott gleichstellt, oder ein wahrhaftiger Mensch, der sich des unendlichen Abstandes von Gott bewußt ist." Der Glaube an Gott lebe geradezu von dem Glauben an Wunder, für die moderne Naturwissenschaft sind Wunder prinzipiell ausgeschlossen. Kann ein naturwissenschaftlich denkender Mensch zugleich ein gläubiger Christ sein? Mies Antwort geht dahin: Das Kausalitätsprinzip gilt für alles, was wir messen können, das sind aber immer nur Durchschnittswerte. Das individuelle Geschehen, der einmalige Vorgang, die einzelne Willensentscheidung entzieht sich der physikalischen Betrachtungsweise. Auf diese und auf ihren Sinn aber kommt es gerade für das persönliche Schicksal und in der Geschichte an. Ein Ereignis, in dem das Walten eines alles Geschehen lenkenden ewigen Geistes spürbar wird, nennt der fromme Mensch „Wunder". „Ein solches Ereignis ist das Auftreten des Menschen Jesu Christi." Die Evangelien berichten uns davon in der Sprache der einfachen Bauern jener Zeit. Wenn also der fromme Mensch an Wunder glaubt, so kommt er dadurch mit der physikalischen Wissenschaft nicht in Konflikt.

Man möchte fragen: Ist die Unbestimmtheit des mikrophysikalischen Geschehens die Voraussetzung für die Lenkung des immerhin makrophysikalischen Einzelgeschehens, etwa im Sinne einer Auslösung? (Jordan). Schließt der Wunderbegriff des Verfassers auch den religiösen Begriff des Wunders als eines „beglaubigenden" normwidrigen Geschehens ein? Indes eine Auseinandersetzung würde zu weit führen, dazu trägt die Schrift auch zu sehr Bekenntnischarakter. Was immer man aber einwenden mag, die Lektüre nötigt Achtung ab und regt zur Besinnung an. Wohl überflüssig ist zu bemerken, daß der mittlere Teil einige sehr scharfsinnige Bemerkungen über „das Wesen der Physik" enthält.

Aloys Wenzl.

Fritz Regler, Grundzüge der Röntgenphysik. Berlin-Wien 1937. Verlag Urban u. Schwarzenberg. Preis geh. RM 21.—, geb. RM 23.—.

Während über die einzelnen Spezialgebiete der Röntgenphysik ausgezeichnete Bücher und Handbuchartikel existieren, besteht ein gewisser Mangel an umfassenden Darstellungen des gesamten Gebietes ohne auf Einzelheiten allzusehr einzugehen. Eine solche Darstellung will das Reglersche Buch sein, und man kann sagen, daß es dieser Aufgabe voll und ganz gerecht wird. In erzählender und hervorragend klarer Form ist das gesamte Gebiet der Röntgenstrahlen mit sämtlichen Anwendungen in Physik, Mineralogie, Technik, Medizin gleichmäßig gut behandelt.

Von der Laueschen Entdeckung und der Braggschen Beziehung ausgehend, werden zunächst die Emissions- und Absorptionsspektren und ihre quantentheoretische Deutung in einer sich eng an Sommerfeld anschließenden Darstellungsweise behandelt. Die Ableitungen, die sich auf das Wichtigste beschränken, sind klar und sauber und ohne spezielle Vorkenntnisse verständlich. In den folgenden Kapiteln über die ionisierende, die photochemische und biologische Wirkung der Röntgenstrahlen finden sich u.a. eine gute Darstellung der Dosismessung in der medizinischen Praxis sowie Tabellen über Strahlenschutz. Auch die nächsten Kapitel sind ganz auf die Praxis eingestellt und bringen Angaben über Spannungsmessung, Halbwertschicht, Tiefenquotient, sowie über die Praxis der Röntgendurchstrahlung (ebenfalls mit brauchbaren Tabellen versehen).

Am ausführlichsten und besten sind dann die Spektroskopie der Röntgenstrahlen sowie die Auswertung von Laue- und Debye-Scherrer-Aufnahmen behandelt. Hier ist ein Kapitel über die Grundlagen der Kristallphysik eingeschoben, das die einfachsten Grundbegriffe über Einteilung und Indizierung in leicht faßlicher, übersichtlicher Form bringt, ohne auf Einzelheiten einzugehen; so ist z.B. das reziproke Gitter nicht eingeführt. Die ausführliche und ausgezeichnete Behandlung der Auswertung von Laue- und Debye-Scherrer-Aufnahmen kann jedem Physiker und Kristallographen als Anleitung zum praktischen Arbeiten empfohlen werden. Die Streuung von Röntgenstrahlen an Gasen und Flüssigkeiten ist leider etwas zu kurz gekommen, besonders im Hinblick auf ihre Bedeutung für die Erforschung der Molekülstruktur (der angegebene Wert für den *C-Cl*-Abstand im CCl_4 ist übrigens durch neuere Messungen überholt).

Den Schluß bildet eine reich mit Abbildungen versehene Wiedergabe der verschiedenen Röntgenröhren und -anlagen. Der Anhang enthält Tabellen über die wichtigsten Wellenlängen der *K*-, *L*-, *M*-, Serien nach Siegbahn sowie eine Zusammenstellung der Gitterabmessungen einiger anorganischer Verbindungen der verschiedenen Kristallsysteme.

Hervorzuheben ist noch die ausgezeichnete Ausstattung des Buches mit zahlreichen Abbildungen und Diagrammen.

G. Thomer.

K. Nentwig, Lichtempfindliche Zellen. Anleitung zur Selbstherstellung der Zellen und Nebengeräte, sowie zu ihrer Anwendung. (Sammlung Spiel und Arbeit.) Ravensburg 1937. Verlag Otto Maier. RM 1.—.

In diesem Büchlein findet der Physiker eine einfache Beschreibung zur Herstellung von Selenwiderstandszellen. Weiterhin ist die Herstellung

von Natriumphotozellen unter Verwendung einfachster Mittel recht interessant geschildert. Nentwig verwendet dazu geschmolzenes Natriumnitrat von etwa 300° und einen vorher evakuierten Glaskörper, z. B. alte Radioröhre. Wenn zwischen dem Metallgefäß, welches das Natriumnitrat enthält und dem heißen Heizfaden der Radioröhre eine Spannung von 300 bis 500 Volt besteht, scheidet sich Natrium elektrolytisch in der Radioröhre ab.
W. Holzmüller.

R. Rothe, Höhere Mathematik für Mathematiker, Physiker und Ingenieure. Teil IV: Übungsaufgaben mit Lösungen (Formelsammlung). Unter Mitwirkung von O. Degosang. 5. Heft: Raumkurven und Flächen. Linienintegrale und mehrfache Integrale. 8°. 54 S. Mit 46 Abb. 6. Heft: Gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen nebst Anwendungen. 8°. 51 S. Mit 13 Abb. (Bd. 37 und 38 der Sammlung Teubners mathematische Leitfäden). Leipzig-Berlin 1937. B. G. Teubner. Kart. je RM. 2.40.

Mit diesen beiden Heften, deren wesentlicher Inhalt bereits aus dem Titel zu ersehen ist, liegt das wohlfeile Werk, dessen übrige Teile hier bereits empfehlend angezeigt wurden, nunmehr vollständig vor. Zusammenfassend kann gesagt werden: Das Werk ist für den Physiker zur Einführung in die höhere Mathematik ganz vorzüglich geeignet, weil es leichte Verständlichkeit mit Zuverlässigkeit vereinigt und einen umfangreichen Stoff bringt, in welchem vor allem die Anwendungen ausgiebige Berücksichtigung finden.
Haupt.

Adolf Weinhold, Leitfaden der Physik. 23., neubearbeitete Auflage von Dr. Lothar Weinhold, Professor an der Staatlichen Akademie für Technik, Chemnitz. 8°. IV, 117 S. Leipzig 1937. J. A. Barth. RM 3.50.

Der bekannte Leitfaden der Physik von A. Weinhold, der nunmehr in 23. Auflage vorliegt, soll besonders für den Physikunterricht an höheren technischen Lehranstalten bestimmt sein. Der Verfasser gibt dem Studierenden ein Buch zur Hand, in dem die physikalischen Begriffe scharf gefaßt sind. Jeder physikalische Begriff von Wichtigkeit ist gesperrt gedruckt, an den Anfang einer Druckzeile gesetzt und dann folgt seine kurze Erläuterung. Das vorliegende Buch soll kein Lehrbuch, sondern nur ein Leitfaden sein. Das ist wohl auch der Grund, weshalb es keine Abbildungen enthält (abgesehen von einigen Kurvenschaubildern am Ende des Leitfadens); denn bei einem Physik-Lehrbuch kann man auf erläuternde Abbildungen kaum verzichten. Der Leitfaden ersetzt die zeitraubende Nachschrift im Physikunterricht in vorzüglicher Weise. Bei der Stoffauswahl hätte der Verfasser trotz des anerkennenswerten Strebens nach Kürze nicht ganz auf Strömungslehre, Aerodynamik und Flugmechanik (angesichts ihrer heutigen Wichtigkeit für den technischen Nachwuchs), sowie auf eine kurze Erörterung der neuen, grundlegenden Ergebnisse bezüglich der Struktur der Elektrizität und der Materie verzichten sollen.
E. Münder.

NACHRICHTEN

Habilitiert: An der Universität Halle a. d. S. Dr. Ernst Reser für Physik, an der Universität Göttingen Dr. G. A. Suckstorff für Meteorologie, an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Wolfgang Gentner für Experimentalphysik, an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Harald Volkmann mit Lehrauftrag für Molekülebau und Physikalische Meßtechnik, an der Universität Berlin Dr. Walther Krause für Chemie.

Ernannt: Der Dozent an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Hermann Blenk zum ord. Professor für Flugmechanik, insbesondere ausgewählte Kapitel der Aerodynamik daselbst, der Dozent an der Universität Göttingen Dr. Egon Ulbrich zum a. o. Professor für Mathematik an der Universität Gießen, der Dozent für anorganische Chemie an der Technischen Hochschule Hannover Dr. Friedrich Weibke zum Abteilungsvorsteher des Instituts für physikalische Chemie der Metalle am Kaiser-Wilhelm-Institut für Metallforschung in Stuttgart, der Oberassistent am Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Berlin Dr. Hans Kopfermann zum ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Kiel.

Neuer Rang: Der Direktor der Chemisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin Dr. Walther Rimarski jetzt Präsident der Chemisch-Technischen Reichsanstalt.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Chemie an der Universität London Dr. F. G. Donnan (mit dem Titel eines Emeritus professor of chemistry), der ord. Professor der Physik an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Erich Regener.

Gestorben: Der Leiter der anorganischen Abteilung der I.G. Farbenindustrie in Frankfurt-Höchst Direktor Dr.-Ing. Karl Staib.

Gesuche

Physiker

Dr.-Ing., arisch, 32 Jahre alt, mit besten Empfehlungen, 3½ Jahre Industrie, 4½ Jahre Hochschulassistent, sucht planmäßige Assist.-Stelle mit Habil.-Möglichkeit. Angebote unter S. H. 69 an den Verlag.

Verantwortlicher Schriftleiter: Professor Dr. Dr. h. c. P. Debye, Berlin. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: A. Plohmann, Leipzig. — Verlag S. Hirzel, Leipzig C1, Königstr. 2. — Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig. — D. A. 1330. IV. Vj. 1937. — Zur Zeit gilt Anzeigenpreisliste 3. — Printed in Germany